

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Гимназия №1»
Гимназическая научно-практическая конференция «Ступени»

Построение графиков функций, содержащих знак модуля

Выполнила:
Злыднева Елена Андреевна,
ученица 9 Б класса

Руководитель:
Зарубина Лариса Владимировна,
учитель математики,
первая квалификационная категория

г. Усолье-Сибирское
2018 год

Оглавление

Введение.....	3
Основная часть.....	4
Заключение.....	13
Список использованных источников	13
Приложение	14

Введение

«Миром правят числа»

Пифагор.

Актуальность

Определение модуля одно из интересных понятий в математике. Впервые с модулем числа учащиеся встречаются в курсе математики 6 класса. В 7-11 классах задачи связанные с понятием модуля появляются лишь эпизодически, в рамках изучения той или иной темы. Задачам, связанным с построением графиков функций, содержащих знак модуля на уроках математики, отводится незначительное место. Тем не менее, такие задачи встречаются на математических олимпиадах, ОГЭ и ЕГЭ по математике. Меня заинтересовала эта тема, и я решила научиться строить графики функций, содержащих знак модуля.

Цель работы: научиться строить графики функций, содержащих знак модуля. В соответствии с целью были поставлены следующие **задачи:**

1. Изучить литературу по данной теме.
2. Разобрать решение заданий по построению функций, содержащих знак модуля.
3. Решить самостоятельно аналогичные задания.

Объектная область: математика

Объект: функция, содержащая знак модуля.

Предмет: построение графиков функций, содержащих знак модуля.

Практическая значимость: работа направлена на расширение кругозора учащихся. Материал моей работы можно использовать на уроках математики или математического факультатива для подготовки к ОГЭ по математике.

Основная часть

При построении графиков функций, содержащих знак модуля, наиболее распространенным является метод, при котором знак модуля раскрывается на основании самого определения модуля.

Определение. Модулем действительного числа a называется само число a , если оно неотрицательно, и число противоположное a , если a отрицательное.

Короче это записывают так:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0; \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

Пример 1.

Построить график функции $y = |x - 2| - |x + 1| + x - 2$

Решение:

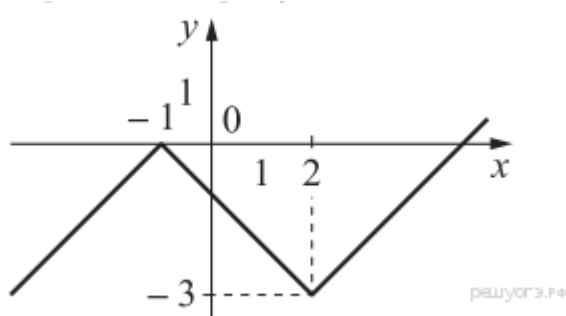
Раскрывая модули, получаем, что график функции

совпадает с прямой $y = x + 1$ при $x < -1$,

совпадает с прямой $y = -x - 1$ при $-1 \leq x \leq 2$:

и совпадает с прямой $y = x - 5$ при $x > 2$.

График изображен на рисунке.



1.1. Постройте график функции $y = |x - 1| - |x + 1|$

1.2. Постройте график функции $y = |x - 3| - |x + 3|$

1.3. Постройте график функции $y = |x - 1| - |x + 1| + x$

1.4. Постройте график функции $y = |x - 1| - |x + 3| + x + 4$

Пример 2.

$$y = \frac{|x| - 4}{x^2 - 4|x|}$$

Построить график функции

Решение:

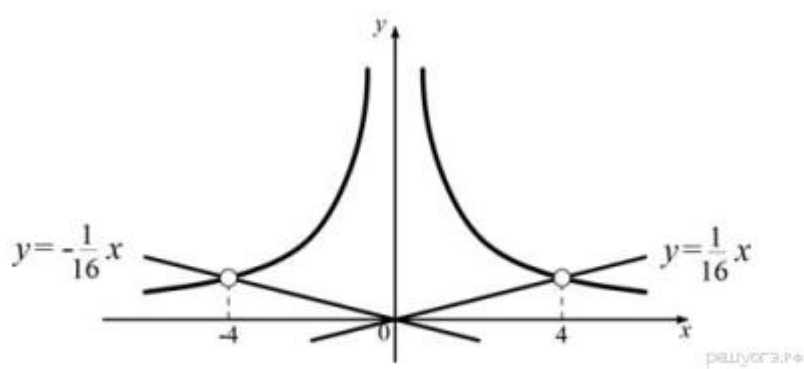
Преобразуем выражение: $\frac{|x| - 4}{x^2 - 4|x|} = \frac{|x| - 4}{|x|(|x| - 4)} = \frac{1}{|x|}$ при $|x| \neq 4$.

Значит, $y = \begin{cases} \frac{1}{|x|}, & \text{если } x \neq \pm 4, \\ \text{не определена} & \text{при } x = -4 \text{ или } x = 4. \end{cases}$

Построим ветвь гиперболы $y = \frac{1}{x}$ при $x > 0$ и удалим точку $(4; \frac{1}{4})$

Затем построим вторую часть графика симметрично первой относительно оси ординат.

График изображен на рисунке.



$$y = \frac{3|x| - 1}{|x| - 3x^2}$$

2.1. Постройте график функции

Пример 3.

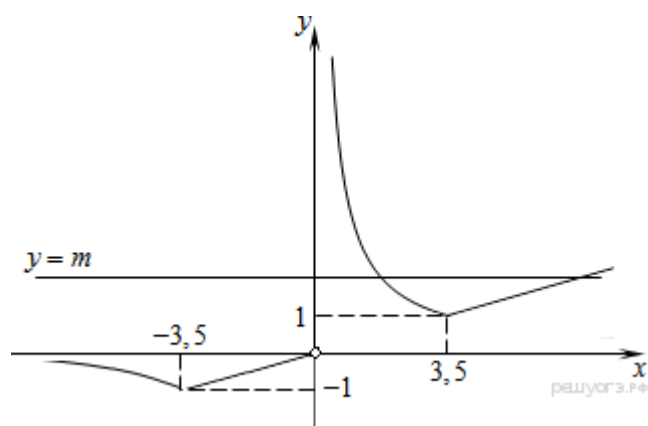
Построить график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$

Решение:

Раскрывая модуль, получим, что функцию можно представить следующим образом:

$$y = \begin{cases} \frac{3,5}{x}, & \text{при } x \leq -3,5 \text{ и } 0 < x < 3,5, \\ \frac{x}{3,5}, & \text{при } -3,5 < x < 0 \text{ и } x \geq 3,5. \end{cases}$$

График изображен на рисунке.



$$y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{3} - \frac{3}{x} \right| + \frac{x}{3} + \frac{3}{x} \right)$$

3.1. Постройте график функции

$$y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{2} - \frac{2}{x} \right| + \frac{x}{2} + \frac{2}{x} \right)$$

3.2. Постройте график функции

$$y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{6} - \frac{6}{x} \right| + \frac{x}{6} + \frac{6}{x} \right)$$

3.3. Постройте график функции

Пример 4.

Построить график функции

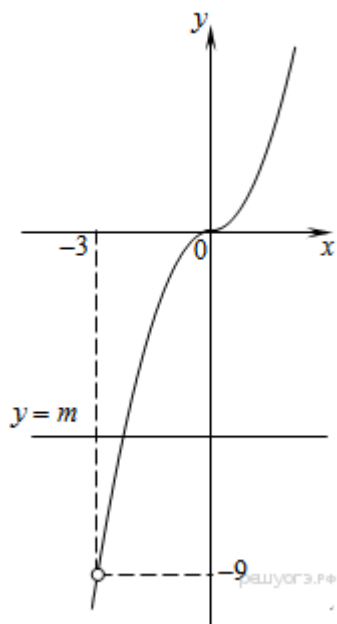
$$y = \frac{(x^2 + 3x)|x|}{x + 3}$$

Решение:

Раскрывая модуль и упрощая, получим, что функцию можно представить следующим образом:

$$y = \begin{cases} -x^2, & \text{при } x < 0 \\ x^2, & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$$

График изображен на рисунке.



4.1. Постройте график функции

$$y = \frac{(x^2 - 3x)|x|}{x - 3}$$

4.2. Постройте график функции

$$y = \frac{(0,5x^2 - 2x)|x|}{x - 4}$$

4.3. Постройте график функции

$$y = \frac{(0,75x^2 - 0,75x)|x|}{x - 1}$$

Пример 5.

Построить график функции $y = x^2 - 3|x| - x$

Решение:

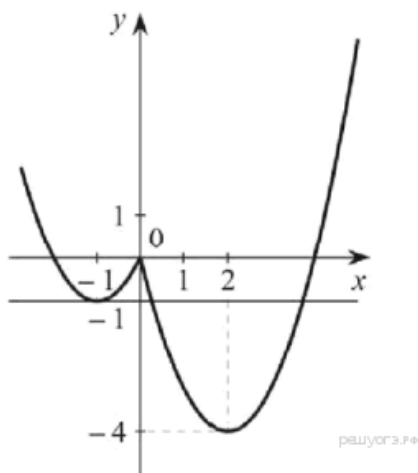
Раскрывая модуль и упрощая, получим, что функцию можно представить следующим образом:

$$y = x^2 - 3|x| - x; \quad y = \begin{cases} x^2 - 4x, & x \geq 0, \\ x^2 + 2x, & x < 0. \end{cases}$$

Графиком функции $y = x^2 - 4x$ является парабола, ветви которой направлены вверх, вершина имеет координаты $(2; -4)$, точки пересечения с осями координат: $(0; 0)$, $(4; 0)$.

Графиком функции $y = x^2 + 2x$ является парабола, ветви которой направлены вверх, вершина имеет координаты $(-1; -1)$, точки пересечения с осями координат: $(0; 0)$, $(-2; 0)$.

График изображен на рисунке.



5.1. Постройте график функции $y = x^2 - 4|x| + 2x$

5.2. Постройте график функции $y = 2x + 6|x| - x^2$

5.3. Постройте график функции $y = x + 5|x| - x^2$

5.4. Постройте график функции $y = x^2 - x + 3 - 3|x|$

5.5. Постройте график функции $y = |x|(x + 1) - 6x$

Пример 6.

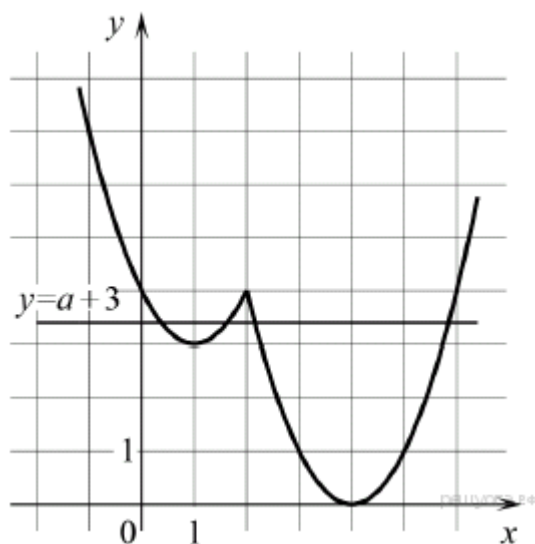
Построить график функции $y = x^2 - 5x + 10 - 3|x - 2|$.

Решение:

Раскрывая модуль и упрощая, получим, что функцию можно представить следующим образом:

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x + 4, & x < 2, \\ x^2 - 8x + 16, & x \geq 2. \end{cases}$$

График изображен на рисунке.



6.1. Постройте график функции $y = x^2 - 8x - 4|x - 3| + 15$

6.2. Постройте график функции $y = 4|x + 6| - x^2 - 11x - 30$

6.3. Постройте график функции $y = 4|x + 2| - x^2 - 3x - 2$

6.4. Постройте график функции $y = x^2 - |4x + 3|$

Пример 7.

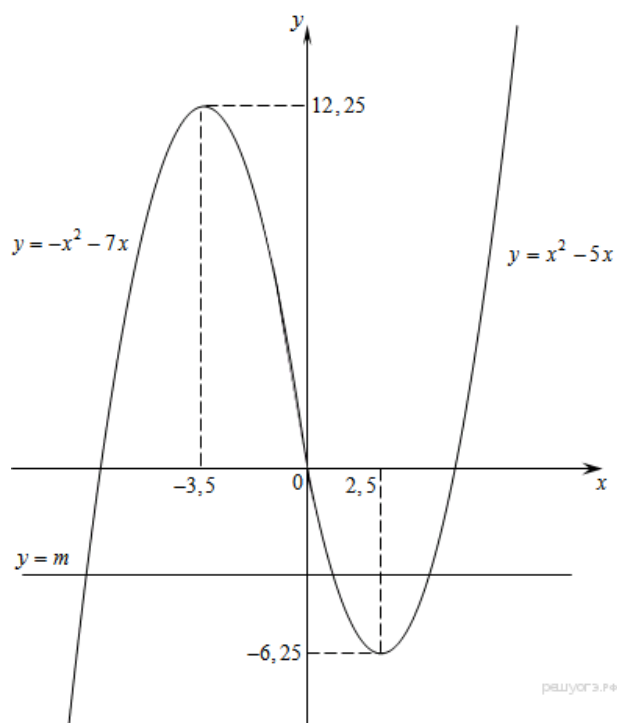
Построить график функции $y = |x|x + |x| - 6x$

Решение:

Раскрывая модуль и упрощая, получим, что функцию можно представить следующим образом:

$$y = \begin{cases} -x^2 - 7x, & \text{при } x < 0, \\ x^2 - 5x, & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$$

График изображен на рисунке.



7.1. Постройте график функции $y = |x| x - 6|x| + 9$

7.2. Постройте график функции $y = -|x| x + 2|x| + 8$

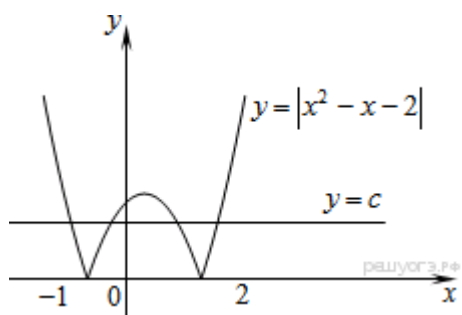
Пример 8.

Построить график функции $y = |x^2 - x - 2|$.

Решение:

График данной функции — это график параболы $y = x^2 - x - 2$ отрицательная часть которого отражена относительно оси Ox .

График изображен на рисунке.



8.1. Постройте график функции $y = |x^2 + 4x - 5|$.

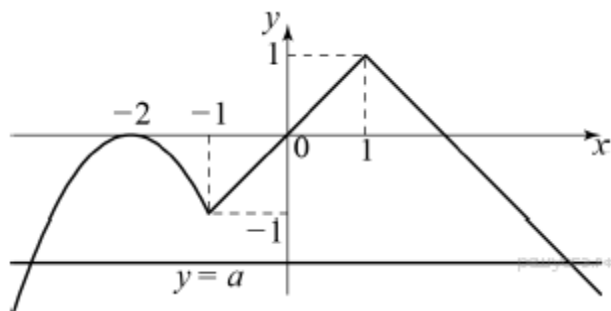
8.2. Постройте график функции $y = -|x^2 + 6x + 1|$.

Пример 9.

Построить график функции
$$\begin{cases} -x^2 - 4x - 4, & \text{если } x < -1, \\ 1 - |x - 1|, & \text{если } x \geq -1. \end{cases}$$

Решение:

Построим график функции $y = -x^2 - 4x - 4$ на промежутке $(-\infty; -1)$, график функции $y = x$ на промежутке $[-1; 1]$ и график функции $y = 2 - x$ на промежутке $(1; +\infty)$.



Заключение

В процессе работы я изучила алгоритм построения графиков функций, содержащих модуль, при котором знак модуля раскрывается по определению самого модуля. Разобрала 9 примеров. Самостоятельно решила 25 заданий и представила их решение в работе.

Я считаю, что достигла своей цели – научилась строить графики функций, содержащих знак модуля.

Список использованных источников

1. Алгебра: Доп. главы к шк. учеб. 8 кл.: Учеб. пособие для учащихся шк. и кл. с углубл. изучением математики / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк; Под ред. Г.В. Дорофеева. – М.: Просвещение, 2001. - 207 с.
2. Алгебра: Доп. главы к шк. учеб. 9 кл.: Учеб. пособие для учащихся шк. и кл. с углубл. изучением математики / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк; Под ред. Г.В. Дорофеева. – М.: Просвещение, 2000. - 224 с.
3. <http://sdamgia.ru>
4. <http://fipi.ru/oge-i-gve-9/demoversii-specifikacii-kodifikatory>