Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Гимназия №1»
Гимназическая научно-практическая конференция «Ступени»

Сдам ОГЭ по математике на «5»

Выполнили:
Паладько Маргарита Вадимовна,
ученица 9В класса
Ходатаева Юлия Александровна,
ученица 9В класса

Руководитель:
Зарубина Лариса Владимировна,
учитель математики

г.Усолье-Сибирское
2015 год

Аннотация

Научно-исследовательская работа посвящена изучению способов решения прототипов задания 23 контрольно-измерительных материалов ОГЭ по математике, направленного на проверку умения строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели. Это задание высокого уровня сложности (модуль «Алгебра»).

В работе представлены решения прототипов задания 23 и к каждому прототипу подобраны и решены аналогичные задания.

Рецензия

на научно-исследовательскую работу
«Сдам ОГЭ по математике на «5»
ученицы 9В класса МБОУ «Гимназия №1»
Паладько Маргариты Вадимовны,
ученицы 9В класса МБОУ «Гимназия №1»
Ходатаевой Юлии Александровны

Данная работа заслуживает внимания ввиду своей актуальности. Экзамен по математике является обязательным экзаменом за курс основной школы и может быть использован при приеме обучающихся в профильные классы средней школы. Поэтому авторы работы поставили своей целью набрать наибольшее количество баллов на экзамене и получить «отлично».

Во введении авторы дают обоснование темы, актуальность работы, определяют цель и задачи исследования.

Основная часть работы включает разбор решения 18 прототипов задания 23 КИМ ОГЭ по математике и самостоятельного решения аналогичных заданий (31 пример).

Основная часть состоит из трех разделов: «Гипербола», «Парабола» и «Кусочно-заданная функция».

Работа имеет практическую значимость и может быть использована учителями при подготовке обучающихся к экзамену по математике за курс основной школы. Так же работа может использоваться учащимися для самостоятельной подготовки к экзамену.

Заслуживает отличной оценки.

09.02.2015 г. Зарубина Л.В., учитель математики,
первая квалификационная категория

Оглавление

Введение

Актуальность.

Государственная итоговая аттестация – основной вид экзамена по математике в основной школе в России. Он служит для контроля знаний, полученных учащимися за 9 лет, а также для приема в 10 класс или в учреждения среднего профессионального обучения.

Структура КИМ ОГЭ по математике включает две части. Часть 1 состоит из заданий базового уровня сложности. Часть 2 состоит из заданий повышенного и высокого уровней сложности. Согласно данным спецификации контрольно-измерительных материалов для проведения в 2015 году ОГЭ по математике планируемые проценты выполнения заданий частей 2 приведены в таблице 1.

Таблица 1.

Планируемый процент выполнения заданий частей 2.

Модуль	**Алгебра**			**Геометрия**		
Номер задания	21	22	23	24	25	26
Уровень сложности	П	П	В	П	П	В
Ожидаемый процент выполнения	30 – 50	15 – 30	3 – 15	30 – 50	15 – 30	3 – 15

Задания части 1 оцениваются максимально в 1 балл, задания части 2 оцениваются 2 – 4 баллами (табл. 2).

Таблица 2.

Максимальный первичный балл части 2

Модуль	**Алгебра**			**Геометрия**		
Номер задания	21	22	23	24	25	26
Максимальный первичный балл	2	3	4	2	3	4

Изучая спецификацию экзамена по математике, мы обратили внимание на задание 23.Это задание направлено на проверку умения строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели.

Это задание высокого уровня сложности. Оценивается выполнение этого задания в 4 первичных балла.

Таким образом, выполнение задания 23 позволяет набрать большее количество баллов и получить за экзамен высокую оценку.

Ожидаемый процент выполнения этого задания согласно спецификации составляет от 3 до 15% (табл. 1), что так же нас заинтересовало. Поэтому мы решили научиться решать такие задачи.

Цель работы: научиться решать прототипы задания 23 КИМ ОГЭ по математике.

В соответствии с целью поставлены следующие задачи:

1. Найти прототипы задания 23.
2. Разобрать решение этих заданий.
3. Решить самостоятельно аналогичные задания.
4. Создать банк решенных прототипов задания 23.

Основная часть

1. Гипербола

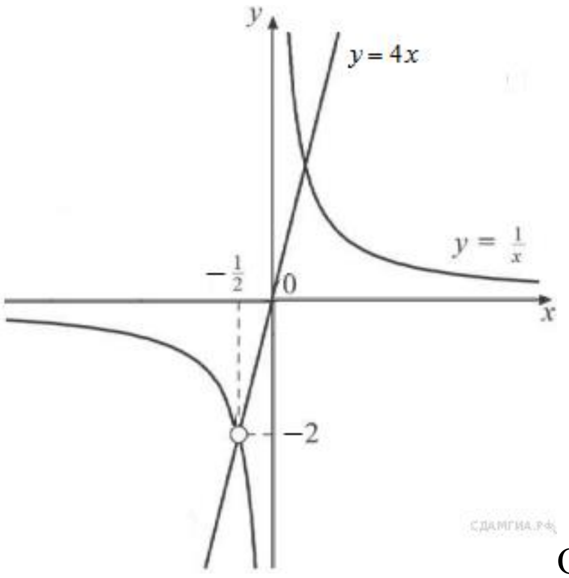
Прототип 1.

Постройте график функции $y = \frac{2x+1}{2x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

При $x \neq -0,5$ имеем: $y = \frac{2x+1}{2x^2+x} = \frac{2x+1}{x(2x+1)} = \frac{1}{x}.$

Поэтому график заданной функции представляет собой гиперболу, с выколотой точкой (-0,5; -2). Прямая $y = kx$ будет иметь с графиком одну общую точку, если пройдёт через выколотую точку. Тогда $k = \frac{-2}{-0,5} = 4,$ и уравнение прямой примет вид: $y = 4x.$



Ответ: 4.

Пример №1.

Постройте график функции $> y = \frac{x+2}{x^2+2x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком одну общую точку. (Приложение 1)

Пример №2.

Постройте график функции $y = \frac{1-2x}{2x^2-x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку. (Приложение 2)

2. Парабола

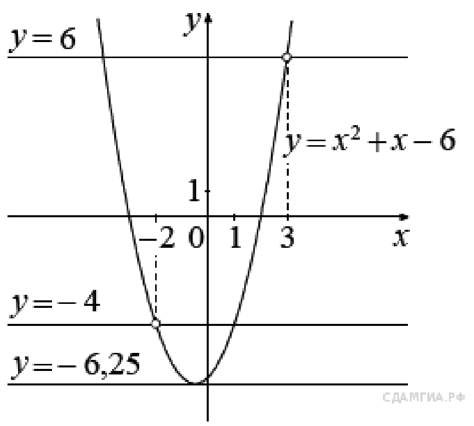
Прототип 2.

Постройте график функции $y=\dfrac{x^4-13x^2+36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y=c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Разложим числитель дроби на множители:

$x^4-13x^2+36=(x^2-4)(x^2-9)=(x-2)(x+2)(x-3)(x+3).$



При $x\neq-2$ и $x\neq3$ функция принимает вид: $y=(x-2)(x+3)=x^2+x-6$, её график — парабола с выколотыми точками $(-2;-4)$ и $(3;6)$.

Прямая $y=c$ имеет с графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы, либо тогда, когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых — выколотая. Вершина параболы имеет координаты $(-0,5;-6,25)$. Поэтому $c=-6,25$, $c=-4$ или $c=6$. Ответ: -6,25; -4.

Пример №3.

Постройте график функции $y=\dfrac{(x+4)(x^2+3x+2)}{x+1}$ и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.(Приложение 3)

Пример №4.

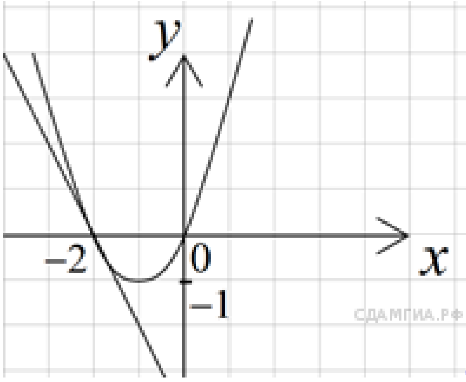
Постройте график функции $y=\dfrac{(x^2+7x+12)(x^2-x-2)}{x^2+5x+4}$ и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку. (Приложение 4)

Прототип 3.

При каком значении p прямая $y=-2x+p$ имеет с параболой $y=x^2+2x$ ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки. Постройте в одной системе координат данную параболу и прямую при найденном значении p.

Решение.

График функции изображён на рисунке.



Запишем условие общей точки: $-2x+p=x^2+2x \quad \Leftrightarrow \quad x^2+4x-p=0.$

Прямая $y=-2x+p$ будет иметь с параболой единственную общую точку при условии, что дискриминант полученного квадратного уравнения равен нулю: $16+4p=0,$ откуда $p=-4.$ Подставив значение параметра в уравнение, находим $x=-2, \quad y=0.$ Ответ: (-2;0).

Пример №5.

При каком значении р прямая $y=x+p$ имеет с параболой $y=x^2-3x$ ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки. Постройте в одной системе координат данную параболу и прямую при найденном значении p.(Приложение 5)

Пример №6.

При каком значении р прямая $y=2x+p$ имеет с параболой $y=x^2-2x$ ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки. Постройте в одной системе координат данную параболу и прямую при найденном значении p.(Приложение 6)

Прототип 4.

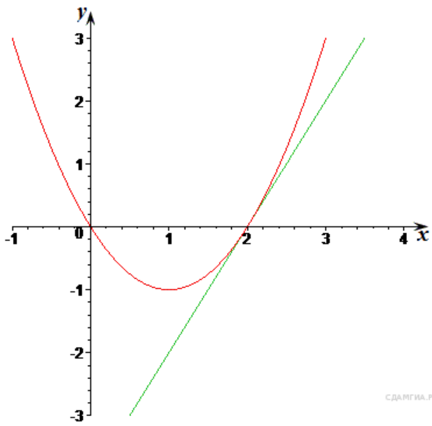
При каких положительных значениях k прямая $y=kx-4$ имеет с параболой $y=x^2-2x$ ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки и постройте данные графики в одной системе координат.

Решение.

Найдём абсциссы точек пересечения: $x^2 - 2x = kx - 4 \Leftrightarrow x^2 - (2+k)x + 4 = 0.$ Графики функций, будут иметь ровно одну точку пересечения, если это уравнение имеет ровно одно решение. То есть, если дискриминант этого квадратного уравнения будет равен нулю. $(2+k)^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2+k=-4, \\ 2+k=4. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=-6, \\ k=2. \end{array}\right.$

По условию $k > 0$, поэтому нам подходит значение $k = 2$. Подставив параметр k в уравнение, найдём x координату точки пересечения этих функций: $x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Координата y находится путём подстановки координаты x в любое из уравнений, например, в первое: $y = 2 \cdot 2 - 4 = 0$.

Теперь, зная k, можем построить графики обеих функций (см. рисунок).



Ответ: (2; 0).

Пример №7.

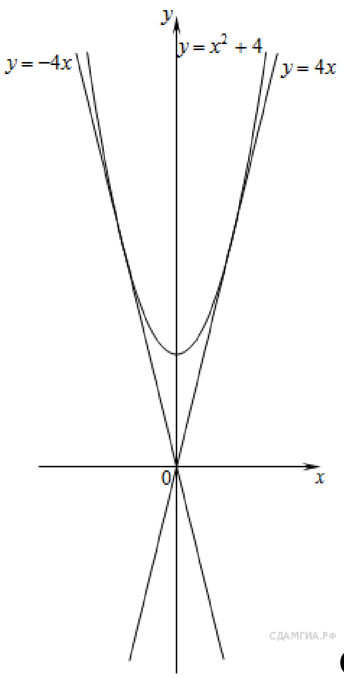
При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx - 4$ имеет с параболой $y = x^2 + 3x$ ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки и постройте данные графики в одной системе координат. (Приложение 7)

Прототип 5.

Найдите все значения k, при каждом из которых прямая $y = kx$ имеет с графиком функции $y = x^2 + 4$ ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые.

Решение.

Графики функций $y = kx$ и $y = x^2 + 4$ будут иметь ровно одну общую точку, если уравнение $kx = x^2 + 4 \Leftrightarrow x^2 - kx + 4 = 0$ будет иметь один корень. Данное квадратное уравнение имеет один корень, если дискриминант этого уравнения равен нулю: $k^2-16=0 \Leftrightarrow k^2=16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=-4, \\ k=4. \end{array}\right.$ Следовательно, при $k=-4$и $k=4$прямая $y=kx$имеет ровно одну точку пересечения с параболой $y=x^2+4.$ Построим графики этих функций:



Ответ: −4; 4.

Пример №8.

Найдите все значения $k,$ при каждом из которых прямая $y=kx$ имеет с графиком функции $y=-x^2-6,25$ ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые. (Приложение 8)

Прототип 6.

Известно, что графики функций $y=-x^2+p$ и $y=2x+5$ имеют ровно одну общую точку. Определите координаты этой точки. Постройте графики заданных функций в одной системе координат.

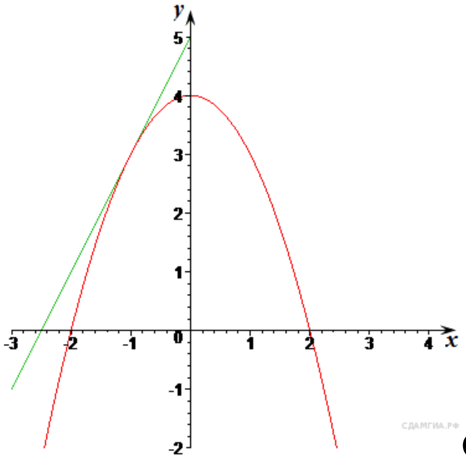
Решение.

Найдём абсциссы точек пересечения:$-x^2+p=2x+5 \Leftrightarrow x^2+2x+5-p=0.$ Графики функций, будут иметь ровно одну точку пересечения, если это уравнение имеет ровно одно решение. То есть, если дискриминант этого квадратного уравнения будет равен нулю. $4-4(5-p)=0 \Leftrightarrow p=4.$ Подставив параметр p в уравнение, найдём xкоординату точки пересечения этих функций:

$x^2+2x+1=0 \Leftrightarrow (x+1)^2=0 \Leftrightarrow x=-1.$

Координата y находится путём подстановки координаты x в любое из уравнений, например, во второе:

$y = 2 \cdot (-1) + 5 = 3.$ Теперь, зная p, можем построить графики обеих функций (см. рисунок).



Ответ: (−1; 3).

Пример №9.

Известно, что графики функций $y = x^2 + p$ и $y = 4x - 5$ имеют ровно одну общую точку. Определите координаты этой точки. Постройте графики заданных функций в одной системе координат. (Приложение 9)

Пример №10.

Известно, что графики функций $y = x^2 + p$и $y = -2x - 5$ имеют ровно одну общую точку. Определите координаты этой точки. Постройте графики заданных функций в одной системе координат. (Приложение 10)

Пример №11.

Известно, что графики функций $y = -x^2 + p$и $y = 4x + 5$ имеют ровно одну общую точку. Определите координаты этой точки. Постройте графики заданных функций в одной системе координат. (Приложение 11)

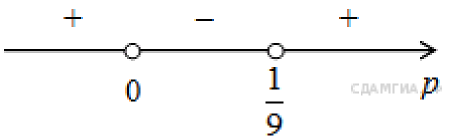
Прототип 7.

При каких значениях p вершины парабол $y = -x^2 + 2px + 3$ и $y = x^2 - 6px + p$ расположены по разные стороны от оси x?

Решение.

Координата x вершины параболы определяется по формуле $x_в = -\frac{b}{2a}$. Координата $y_в$ вершины находится подстановкой $x_в$ в уравнение параболы. Вершины парабол будут находится по разные стороны от оси x, если координаты их вершин имеют разные знаки. Вспомнив, что два сомножителя имеют разный знак тогда и только тогда, когда их произведение отрицательно, составим и решим неравенство:

$(-p^2+4p^2+3)(9p^2-18p^2+p)<0 \Leftrightarrow (3p^2+3)(-9p^2+p)$. Заметим, что первый множитель всегда больше нуля, поэтому на него можно разделить. $-9p\left(p-\frac{1}{9}\right)<0 \Leftrightarrow p\left(p-\frac{1}{9}\right)>0.$



Произведение двух сомножителей будет больше нуля, если сомножители имеют одинаковый знак (см. рисунок). Таким образом, получаем ответ: $\left[\begin{array}{l} p<0, \\ p>\frac{1}{9}. \end{array}\right.$

Ответ: $(-\infty;\ 0)\cup\left(\frac{1}{9};\ \infty\right)$.

Пример №12.

При каких значениях p вершины парабол $y=x^2-2px-1$ и $y=-x^2+4px+p$ расположены по разные стороны от оси x? (Приложение 12)

Пример №13.

При каких значениях pвершины парабол $y=-x^2+8px+3$ и $y=x^2-6px+3p$ расположены по разные стороны от оси x? (Приложение 13)

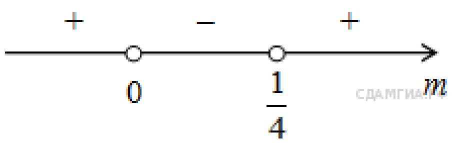
Прототип 8.

При каких значениях m вершины парабол $y=x^2-4mx+m$ и $y=-x^2+8mx+4$ расположены по одну сторону от оси x?

Решение.

Координата x вершины параболы определяется по формуле $x_в = -\frac{b}{2a}$. Координата $y_в$ вершины находится подстановкой $x_в$ в уравнение параболы. Вершины парабол будут находится по одну сторону от оси x, если координаты их вершин имеют одинаковые знаки. Вспомнив, что два сомножителя имеют одинаковый знак тогда и только тогда, когда их произведение положительно, составим и решим неравенство:

$(4m^2 - 8m^2 + m)(-16m^2 + 32m^2 + 4) > 0 \Leftrightarrow (-4m^2 + m)(16m^2 + 4) > 0.$ Заметим, что второй множитель всегда больше нуля, поэтому на него можно разделить. $-4m\left(m - \frac{1}{4}\right) > 0 \Leftrightarrow m\left(m - \frac{1}{4}\right) < 0.$



Произведение двух сомножителей будет меньше нуля, если сомножители имеют разный знак (см. рисунок). Таким образом, получаем ответ: $0 < m < \frac{1}{4}$.

Ответ: $\left(0;\ \frac{1}{4}\right)$.

Пример №14.

При каких значениях mвершины парабол $y = -x^2 - 6mx + m$и $y = x^2 - 4mx - 2$расположены по одну сторону от оси x? (Приложение 14)

3. Кусочно-заданная функция

Прототип 9.

Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2, \text{ если } |x| \le 1, \\ -\frac{1}{x}, \text{ если } |x| > 1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

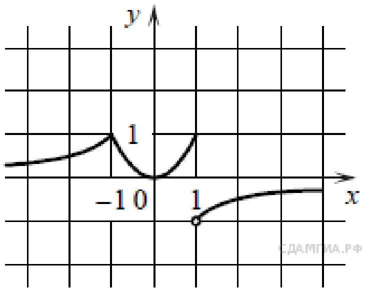


График функции изображён на рисунке. Прямая $y = c$ будет иметь с графиком единственную общую точку при $-1 < c \le 0$. Ответ: (−1;0].

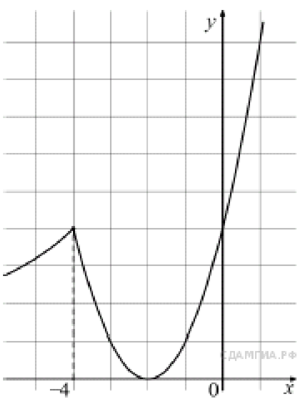
Пример 15.

Постройте график функции $y = \begin{cases} -x^2, \text{если } |x| \le 1, \\ -\dfrac{1}{x}, \text{если } |x| > 1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку. (Приложение 15)

Прототип 10.

Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4, \text{ если } x \ge -4, \\ -\dfrac{16}{x}, \text{ если } x < -4, \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

Решение.



Построим график функции $y = -\dfrac{16}{x}$ при $x < -4$ и график функции $y = x^2 + 4x + 4$ при $x \ge -4$. Прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки при $m = 0$ и при $m \ge 4$. Ответ: $\{0\} \cup [4; \infty)$.

Пример 16.

Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, \text{ если } x \geq -2, \\ -\dfrac{18}{x}, \text{ если } x < -2, \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки. (Приложение 16)

Прототип 11.

Постройте график функции $y = \begin{cases} \dfrac{5}{x}, & \text{если } x \geq 1, \\ x^2 + 4x, & \text{если } x < 1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком три общие точки.

Решение.

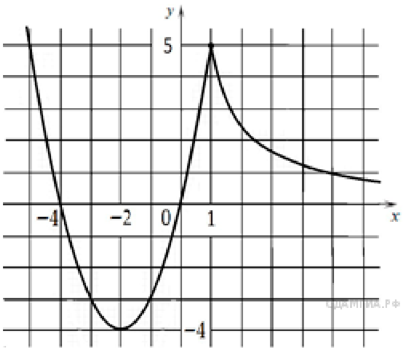


График функции изображён на рисунке. Прямая $y = c$ будет иметь с графиком три общие точки при $0 < c < 5$. Ответ: (0;5).

Пример 17.

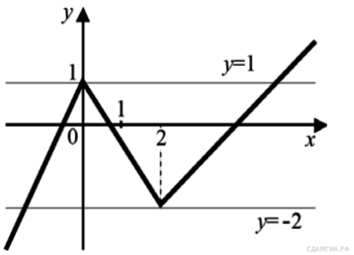
Постройте график функции $y = \begin{cases} -\dfrac{5}{x}, & x \geq 1, \\ -x^2 - 4x, & x < 1. \end{cases}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ будет пересекать построенный график в трёх точках. (Приложение 17)

Прототип 12.

Постройте график функции $y = \begin{cases} 2x + 1, \text{ если } x < 0, \\ -1{,}5x + 1, \text{ если } 0 \leq x < 2, \\ x - 4, \text{ если } x \geq 2 \end{cases}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

График функции состоит из двух лучей и отрезка.



На рисунке видно, что график имеет ровно две общих точки с горизонтальными прямыми $y=-2$ и $y=1$. Ответ: 1; −2.

Пример №18.

Постройте график функции $y=\begin{cases}1,5x+2, \text{ если } x<0,\\ 2-x, \text{ если } 0\le x<1,\\ x, \text{ если } x\ge 1.\end{cases}$ и определите, при каких значениях c прямая $y=c$ имеет с графиком ровно две общие точки. (Приложение 18)

Пример №19.

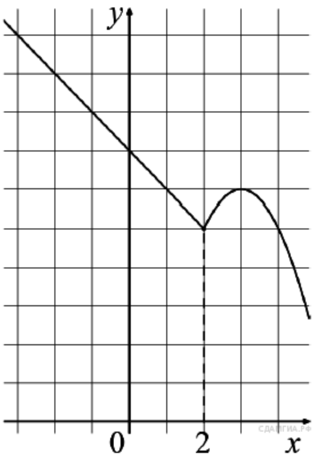
Постройте график функции $y=\begin{cases}x-3, \text{ если } x<3,\\ -1,5x+4,5, \text{ если } 3\le x\le 4,\\ 1,5x-7,5, \text{ если } x>4.\end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки. (Приложение 19)

Прототип 13.

Постройте график функции $\begin{cases}-x^2+6x-3, \text{если} x\ge 2,\\ -x+7, \text{если} x<2,\end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = -x+7$ при $x<2$ и график функции $y = -x2 + 6x -$ 3при $x\ge 2$.



Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки при $m = 5$ и $m = 6$. Ответ: 5; 6.

Пример №20.

Постройте график функции $\begin{cases} -x^2-2x+13, \text{если} x \geq -5, \\ -x-7, \text{если} x < -5, \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки. (Приложение 20)

Пример №21.

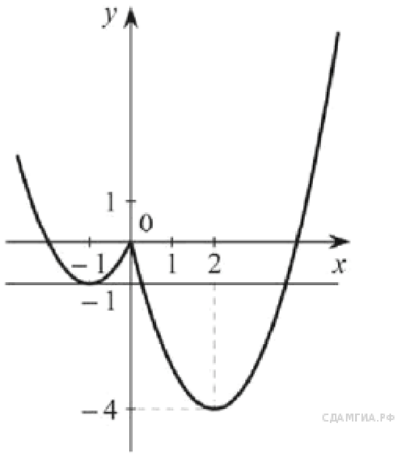
Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2+2x+3, \text{если} x \geq -3, \\ x+9, \text{при} x < -3, \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки. (Приложение 21)

Прототип 14.

Постройте график функции $y = x^2 - 3|x| - x$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком три общие точки.

Решение.

Имеем: $y = x^2 - 3|x| - x;\quad y = \begin{cases} x^2-4x, & x \geq 0, \\ x^2+2x, & x < 0. \end{cases}$



Для построения искомого графика построим график функции $y = x^2 - 4x$ на промежутке $[0; +\infty)$ и график функции $y = x^2 + 2x$ на промежутке $(-\infty; 0)$. Графиком функции $y = x^2 - 4x$ является парабола, ветви которой направлены вверх, вершина имеет координаты $(2; -4)$, точки пересечения с осями координат: $(0; 0)$, $(4; 0)$. Графиком функции $y = x^2 + 2x$ является парабола, ветви которой направлены вверх, вершина имеет координаты $(-1; -1)$, точки пересечения с осями координат: $(0; 0)$, $(-2; 0)$. График данной функции изображен на рисунке. Прямая $y = c$ имеет с построенным графиком ровно три общие точки при $c = 0$ и при $c = -1$.

Ответ: график функции изображён на рисунке; прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки при $c = 0$ и при $c = -1$.

Пример №22.

Постройте график функции $y = x^2 - 4|x| + 2x$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки. (Приложение 22)

Пример №23.

Постройте график функции $y = 2x + 4|x| - x^2$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки. (Приложение 23)

Прототип 15.

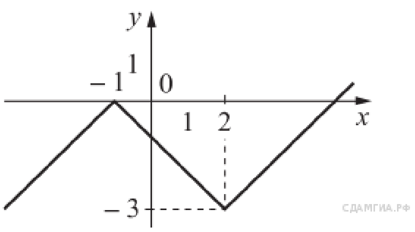
Постройте график функции $y = |x-2| - |x+1| + x - 2$ и найдите значения m, при которых прямая $y = m$ имеет с ним ровно две общие точки.

Решение.

Раскрывая модули, получаем, что график функции совпадает с прямой $y = x + 1$ при $x < -1$, совпадает с прямой $y = -m - 1$ при $-1 \le x \le 2$ и совпадает с прямой

$y = x - 5$ при $x > 2$.

График изображен на рисунке



.

Прямая имеет с графиком данной функции ровно две общие точки при $m = -3$ и $m = 0$. Ответ: $m = -3,\ m = 0$.

Пример №24.

Постройте график функции $y = |x - 1| - |x + 1|$ найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку. (Приложение 24)

Пример №25.

Постройте график функции $y = |x - 3| - |x + 3|$ и найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку. (Приложение 25)

Пример №26.

Постройте график функции $y = |x - 1| - |x + 1| + x$ и найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку. (Приложение 26)

Прототип 16.

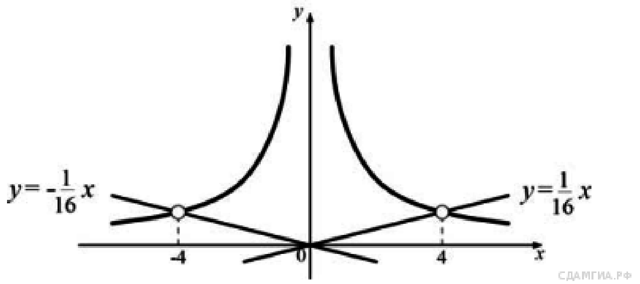
Постройте график функции $y = \dfrac{|x| - 4}{x^2 - 4|x|}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не будет иметь с построенным графиком ни одной общей точки.

Решение.

Преобразуем выражение: $\dfrac{|x| - 4}{x^2 - 4|x|} = \dfrac{|x| - 4}{|x|(|x| - 4)} = \dfrac{1}{|x|}$ при $|x| \neq 4$.

Значит, $y=\begin{cases}\dfrac{1}{|x|}, \text{ если } x\neq\pm4,\\ \text{не определена при } x=-4 \text{ или } x=4.\end{cases}$

Построим ветвь гиперболы $y=\dfrac{1}{x}$ при $x>0$ и удалим точку $(4;\ \dfrac{1}{4})$. Затем построим вторую часть графика симметрично первой относительно оси ординат



На рисунке видно, что прямая $y=kx$ не имеет с построенным графиком общих точек, если она горизонтальна, либо проходит через одну из удаленных точек $(4;\ \dfrac{1}{4})$ или $(-4;\ \dfrac{1}{4})$. Этим случаям соответствуют значения $k=0,\ k=-\dfrac{1}{16}$ и $k=\dfrac{1}{16}$. Ответ: $0,\ -\dfrac{1}{16},\ \dfrac{1}{16}$.

Пример №27.

Постройте график функции $y=\dfrac{3|x|-1}{|x|-3x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y=kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки. (Приложение 27)

Прототип 17.

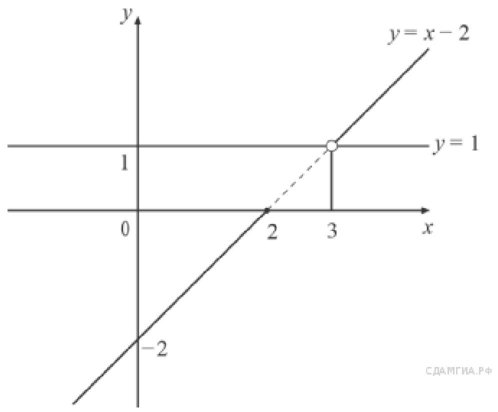
Постройте график функции $y=\dfrac{(\sqrt{x^2-5x+6})^2}{x-3}$ и найдите все значения a, при которых прямая $y=a$ не имеет в графиком данной функции общих точек.

Решение.

Найдём область определения функции: $x^2-5x+6\geq0;\ \ x\in(-\infty;\ 2]\cup[3;\ +\infty)$ и $x-3\neq0$.

Значит, функция определена при $x\in(-\infty;\ 2]\cup(3;\ +\infty)$.

Поскольку $\dfrac{(\sqrt{x^2-5x+6})^2}{x-3}=\dfrac{x^2-5x+6}{x-3}=x-2$, получаем, что на области определения функция принимает вид $y=x-2$. График изображён на рисунке.



Прямая $y = a$ не имеет с графиком данной функции общих точек при $a \in (0;1]$.
Ответ: $a \in (0;1]$.

Пример №28.

Постройте график функции $y = \dfrac{(\sqrt{16-x^2})^2}{x+4}$ и найдите все значения a, при которых прямая $y = a$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку. (Приложение 28)

Пример №29.

Постройте график функции $y = \dfrac{(\sqrt{x^2+3x})^2}{x}$. Найдите значения a, при которых прямая $y = a$ не имеет с графиком данной функции общих точек. (Приложение 29)

Пример №30.

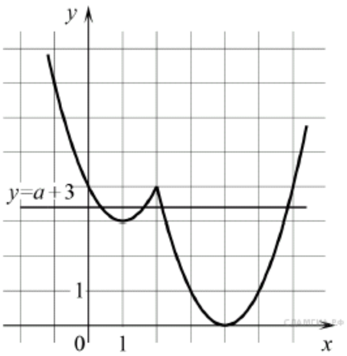
Постройте график функции $y = \dfrac{x-2}{(\sqrt{x^2-2x})^2}$ и найдите все значение k, при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку. (Приложение 30)

Прототип 18.

Постройте график функции $y = x^2 - 5x + 10 - 3|x-2|$ и найдите все значения a, при которых он имеет ровно три общие точки с прямой $y = a + 3$

Решение.

Построим график функции $y = \begin{cases} x^2 - 2x + 4, x < 2, \\ x^2 - 8x + 16, x \geq 2. \end{cases}$



Прямая $y = a + 3$ имеет с построенным графиком ровно три общие точки при $a = 0$ и $a = 1$. Ответ:0; 1

Пример №31.

Постройте график функции $y = x^2 - x + 3 - 3|x|$ и найдите все значения a, при которых он имеет ровно три общие точки с прямой $y = a - 4$. (Приложение 31)

Заключение

В процессе работы мы изучили способы решения прототипов задания 23 (модуль «Алгебра»). Самостоятельно решили аналогичные задания и представили их решение в работе.

Мы считаем, что достигли своей цели – научились решать задание 23 и теперь сможем решить его на экзамене.

Список использованных источников

1. http://fipi.ru/oge-i-gve-9/demoversii-specifikacii-kodifikatory
2. http://opengia.ru/subjects/mathematics-9/topics/1
3. http://sdamgia.ru
4. http://www.mathgia.ru/or/gia12/ShowProblems.html?posMask=4194304&showProto=true