

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

МБОУ «Гимназия № 1»

ПРИЛОЖЕНИЕ

К Рабочей программе факультатива по математике

«Занимательная математика»

для учащихся 5 класса

Автор: Мамедова Ольга Владимировна

учитель математики

МБОУ «Гимназия № 1»

г. Усолье - Сибирское

2023 год

Занятие № 3.

Тема «Задачи на сравнение».

Ход занятия.

Разминка (устная работа).

1. Апельсин тяжелее груши, а яблоко не легче апельсина. Может ли груша быть тяжелее яблока?

Ответ: Вес груши \leq весу апельсина \leq весу яблока. Значит, груша не может быть тяжелее яблока.

2. Крышка стола имеет четыре угла. Один из них отпилили. Сколько углов стало у крышки?

Ответ: 5 углов.

3. У Тани и Алеши денег поровну. У Тани 20 – копеечные монеты, а у Алеши 15 – копеечные монеты. Сколько монет у Тани, если у Алеши 4 монеты.

Ответ: У Тани 3 монеты.

4. У сестры в четыре раза больше братьев, чем сестер. А у брата братьев на одного больше, чем сестер. Сколько в семье братьев и сколько сестер?

Ответ: 2 сестры, 4 брата.

Проверка домашнего задания.

Решение задач.

1. 7 карандашей дороже 8 тетрадей. Что дороже – 8 карандашей или 9 тетрадей?

Решение: 7 карандашей $>$ 8 тетрадей \Rightarrow 1 карандаш $>$ 1 тетради \Rightarrow 8 карандашей $>$ 9 тетрадей.

2. Двое путников отправились из А в В. Первый поехал на велосипеде, второй – на автомобиле со скоростью, в пять раз большей скорости первого. На полпути с автомобилем произошла авария, и оставшуюся часть пути автомобилист прошел пешком со скоростью, в два раза меньшей скорости велосипедиста. Кто из них раньше прибыл в В?

Решение: За время, которое автомобилист затратил на вторую половину пути, велосипедист проделает весь путь; таким образом, велосипедист прибудет в В раньше.

3. Отцу 36 лет, сыну 7 лет. Через сколько лет отцу будет вдвое старше сына?

Решение: Когда родился сын, отцу было 29 лет. Когда отцу добавится 29 лет, он станет вдвое старше. Сын, которому к этому времени исполнится 29 лет, окажется вдвое младше отца. Случится это через 22 года.

4. 4 коровы черной масти и 3 коровы рыжей масти за 5 дней дали такой же надой молока, какой дали 3 коровы черной масти и 5 коров рыжей масти за 4 дня. Какие коровы более производительны – черной или рыжей масти?

Ответ: рыжей масти.

Домашнее задание.

На дне рождения у Васи каждый мальчик (и Вася тоже) съел по 4 пирожных и по 3 кекса, а каждая девочка – по одному пирожному и 2 кекса. Оказалось, что съеденных детьми пирожных равно числу съеденных ими кексов. Кого из гостей было больше на дне рождения у Васи, мальчиков или девочек, и на сколько?

Решение: Один мальчик и одна девочка съели 5 пирожных и 5 кексов, следовательно, на дне рождения присутствовало равное количество девочек и мальчиков. Получается, что из гостей (исключаем хозяина – Васю) девочек было больше на 1.

Занятие № 4.

Тема «Взвешивание».

Ход занятия.

Разминка (устная работа).

1. Сколько получится десятков, если 3 десятка умножить на три десятка?

Ответ: 90.

2. Какие часы чаще показывают точное время: те, которые отстают на 1 минуту в день, или, те, которые стоят?

Ответ: Вторые, так как первые показывают верное время 1 раз в 2 года, а вторые 2 раза в год.

3. На дереве сидело 20 ворон. Охотник выстрел и убил двух ворон. Сколько ворон осталось на дереве?

Ответ: Ни одной. В принципе могло остаться на дереве 1 и 2 вороны. Если при падении на землю они застряли в ветвях дерева. Остальные вороны улетели.

4. Дайте добрый совет! Президент страны решил уволить своего премьер – министра, но не хотел обижать, да и особого повода не было. Наконец он придумал вот что. Когда премьер – министр пришел к президенту, тот сказал ему: «Я положил в портфель 2 листа бумаги. На одном написано: «Останьтесь», на другом «Уходите». Листок, который Вы, не глядя, вынете из портфеля, решит Вашу судьбу». Хитрый премьер – министр догадался, что на обоих листах написано «Уходите». Как ему избежать отставки?

Ответ: Он может достать одну из бумажек и уничтожить ее. Затем достать вторую и сказать: «Раз на этой бумажке написано: «Уходите», то на первой было написано «Останьтесь»».

Проверка домашнего задания.

Объяснение нового материала.

1. Имеются чашечные весы без гирь и две монеты, одна из которых фальшивая, причем легче другой. Требуется выявить фальшивую монету.

Решение: Положить по одной монете на каждую чашечку весов, которая будет вверху, та фальшивая.

2. Из трех одинаковых по виду колец одно несколько легче других. Как найти его одним взвешиванием на чашечных весах?

Решение: Кладем два кольца на весы. Если весы в равновесии, то, оставшееся кольцо более легкое; если же одно кольцо перевесило, то ответ ясен.

3. Имеется четыре одинаковых по виду монеты, одна из которых фальшивая, легче других. Требуется определить фальшивую монету. Какое минимальное число взвешиваний потребуется?

Решение: Разбиваем монеты на две кучки по две монеты, кладем их на весы. Та кучка, которая будет легче, содержит фальшивую монету. Совершив второе взвешивание, узнаем фальшивую монету.

Можно взвешивать по одной монете. Если у двух монет равновесие, то среди них фальшивой монеты нет. Тогда взвешиваем оставшиеся две монеты и определяем фальшивую. Если в первом случае получилось не равновесие, то сразу определяем фальшивую монету.

Итак, минимальное число взвешиваний – 2 (хотя если повезет, то можно определить фальшивую монету и за одно взвешивание).

4. Имеется пять одинаковых по виду монет, одна из которых фальшивая, легче других. Требуется определить фальшивую монету. Какое минимальное число взвешиваний потребуется?

Решение: Взвешиваем по 2 монеты. Если равновесие, то оставшаяся монета – фальшивая. Если весы – не в равновесии, то из той пары, которая легче, определяем фальшивую монету. Потребуется два взвешивания.

5. Имеется шесть одинаковых по виду монет, одна из которых фальшивая, легче других. Требуется определить фальшивую монету. Какое минимальное число взвешиваний потребуется?

Решение: Взвешиваем по 3 монеты. Выбираем более легкую кучку. Далее поступаем аналогично задаче 2. Всего достаточно 2 взвешиваний.

6. Имеется семь одинаковых по виду монет, одна из которых фальшивая, легче других. Требуется определить фальшивую монету. Какое минимальное число взвешиваний потребуется?

Решение: Можно отложить в сторону одну из монет взвесить по 3 монеты. Если весы - в равновесии, то фальшивая монета – оставшаяся; если – не в равновесии, то, определив более легкую кучку, берем из нее 2 монеты и взвешиваем их. Если весы в снова в равновесии, то оставшаяся монета – фальшивая. Если весы не в равновесии, то на чашечке, которая поднимется вверх. Будет фальшивая монета. Можно поступить иначе. Разбиваем 7 монет на кучки: по 4 и 3 монеты. В начале работаем с четырьмя монетами: взвешиваем две и две монеты. Если весы уравнились, то фальшивая среди 3 оставшихся монет. Ее определяем способом, описанным в задаче № 2. Если весы не в равновесии, то фальшивая монета на чашечке весов, которая поднялась вверх. Определяем ее следующим взвешиванием. Итак, понадобилось всего два взвешивания.

Домашнее задание.

Как при помощи чашечных весов без гирь разделить 80 кг гвоздей на две части – 15 кг и 65 кг?

Решение: 80 кг разделим на две равные части, одну часть отложим в сторону. Другую часть (40 кг) опять делим пополам. Следующие 20 кг делим пополам, затем 10 кг делим пополам. Полученные 5 кг соединяем с 10 кг и получаем 15 кг. Масса остальных гвоздей равна 65 кг.

Занятие № 6

Тема «Взвешивание».

Математическая драка.

Условия задач раздаются каждому участнику, при этом рядом с условием задачи указывается и ее цена в баллах. Ученики приступают к решению той из задач, которая им под силу. Первый решивший какую – то из задач поднимает руку, называет номер задачи и выходит к доске ее объяснять. В случае верного решения он получает то число баллов, которое указано рядом

с решенной задачей. В противном случае ученик получает то же число баллов, но со знаком «минус», а цена задачи увеличивается. Побеждает тот, кто больше набрал баллов.

1. Какие веса могут иметь три гири для того, чтобы с их помощью можно было взвесить любое целое число килограммов от 1 до 10 на чашечных весах (гири можно ставить на обе чашки)? Приведите пример. (6 б)

Решение.

Нам понадобятся гири весом в 3, 4 и 9 килограммов. То, что этот набор действительно позволяет взвесить любое целое число килограммов от 1 до 10, показывают следующие равенства: $1=4-3$, $2=9-3-4$, $3=3$, $4=4$, $5=9-4$, $6=9-3$, $7=3+4$, $8=3-4+9$, $9=9$, $10=4+9-3$.

2. Есть 27 монет. Известно, что одна из них фальшивая (по весу тяжелее настоящих). Как за три взвешивания на чашечных весах без гирь определить фальшивую монету? (4 б)

Указание. Попробуйте сначала за одно взвешивание на чашечных весах без гирь определить из трёх монет одну фальшивую, если известно, что она тяжелее настоящих.

Решение.

Разделим монеты на 3 кучки по 9 монет. Положим на чаши весов первую и вторую кучки; по результату этого взвешивания мы точно узнаем, в какой из кучек находится фальшивка (если весы покажут равенство, то она - в третьей кучке). Теперь, аналогично, разделим выбранную кучку на три части по три монеты, положим на весы две из этих частей и определим, в какой из частей находится фальшивая монета. Наконец, остается из трех монет определить более тяжелую; кладем на чаши весов по 1 монете - фальшивкой является более тяжелая; если же на весах равенство, то фальшивой является третья монета из части.

1. Имеются неправильные чашечные веса, мешок крупы и правильная гиря в 1 кг. Как отвесить на этих весах 1 кг крупы? (3 б)

Указание. Попробуйте поставить на одну чашку весов гирию в 1 кг и уравновесить весы.

Решение.

Можно поступить, например, так: поставим на одну чашку весов гирию весом 1 кг и уравновесим весы крупой из мешка. Теперь снимем с весов эту гирию и вместо нее насыплем крупу. Когда этой крупы станет ровно 1 кг, весы окажутся в равновесии.

4. Имеются чашечные весы со стрелками и десять мешков с монетами. Все монеты во всех мешках одинаковы по внешнему виду, но в одном из мешков все монеты фальшивые и каждая весит по 2 грамма, а в остальных девяти мешках все монеты настоящие и каждая весит по 1 грамму. Как при помощи одного взвешивания определить, в каком мешке фальшивые монеты?

(5 б)

Решение.

Возьмём из первого мешка 1 монету, из второго — 2, из третьего — 3,..., из последнего — 10 монет. Всего $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 45$ монет. Взвесим их. Если бы все они были настоящие, они весили бы 45 граммов, но в нашем случае они будут весить больше. Если фальшивая монета одна, то будет перевес 1 грамм, если две — 2 грамма, ... если десять фальшивых монет — будет перевес 10 грамм. Таким образом, зная перевес, мы сразу определим количество фальшивых монет. А оно, в свою очередь, покажет нам номер мешка, в котором они лежат.

5. Известно, что среди ста монет имеется ровно одна фальшивая (отличается по весу от настоящих). С помощью двух взвешиваний на чашечных весах без гирь определите, легче или тяжелее фальшивая монета настоящей (находить ее не надо!).

(3б)

Решение.

Положим сначала на каждую чашу по 50 монет. Затем возьмем более тяжелую часть, разобьем ее на кучки по 25 монет и взвесим их. Если их

массы равны, то фальшивая монета легче остальных, иначе - тяжелее остальных.

6. В корзине лежат 13 яблок. Имеются весы, с помощью которых можно узнать суммарный вес любых двух яблок. Придумайте способ выяснить за 8 взвешиваний суммарный вес всех яблок.

(6 б)

Указание. Попробуйте за три взвешивания найти суммарный вес трех яблок.

Решение.

Занумеруем яблоки. Взвесим первое яблоко со вторым, второе с третьим и третье с первым, затем сложим полученные веса (где-нибудь в тетради) и получим удвоенный вес трех яблок, а затем и вес трех яблок, следовательно, за три взвешивания мы узнали суммарный вес первых трех яблок. Осталось пять взвешиваний и десять яблок, которые взвешиваем попарно и, суммируя все данные, получим вес 13 яблок.

7. Имеются чашечные весы без гирь и 4 одинаковые по внешнему виду монеты. Одна из монет фальшивая, причём неизвестно, легче она настоящих монет или тяжелее (настоящие монеты одного веса). Сколько надо взвешиваний, чтобы определить фальшивую монету?

(4 б)

Указание. Обратите внимание: требуется определить фальшивую монету, при этом вовсе не требуется указывать, легче она, чем настоящие, или тяжелее.

Решение.

Если у нас 4 монеты, достаточно двух взвешиваний. Разделим наши монеты на две кучки по 2 монеты и положим одну из кучек на весы — по монете на каждую чашку. Если весы в равновесии, то обе монеты на них настоящие. Если весы не в равновесии, то обе монеты на столе настоящие. Итак, теперь мы знаем, в какой кучке лежит фальшивая монета. Положим на одну чашку весов монету из кучки, где обе настоящие, на вторую —

монету из кучки, где фальшивая. Если при этом весы будут в равновесии, значит, фальшивая монета осталась на столе, а если не в равновесии, значит, мы положили её на весы (в этом случае мы даже узнаем, легче она или тяжелее).

1. К владельцу бакалейного магазина пришли 10 покупателей, каждый из которых хотел купить двухфунтовый пакет сахара. Утром в магазин привезли двадцатифунтовый пакет сахара. Но бакалейщик еще не успел расфасовать его, потому что у него были только пяти- и девятифунтовые гирьки. Один из покупателей, потеряв терпение, показал бакалейщику самый быстрый способ расфасовки сахара с помощью этих гирь. Как он это сделал?

(5 б)

Решение. Он взвесил 4 фунта сахара, положив на чашки весов с разных сторон 5 – фунтовую и 9-фунтовую гирьки. Затем с помощью 4 фунтов сахара взвесил еще три порции сахара. Оставшийся сахар будет весить те же 4 фунта. На двух чашках весов он разделил поровну каждую из 4-фунтовых порций сахара.

2. Лиса Алиса и Кот Базилио – фальшивомонетчики. Базилио делает монеты тяжелее настоящих, а Алиса – легче. У Буратино есть 15 одинаковых по внешнему виду монет, но какая-то одна – фальшивая. Как двумя взвешиваниями на чашечных весах без гирь Буратино может определить, кто сделал фальшивую монету – Кот Базилио или Лиса Алиса?

(5 б)

Решение.

Буратино может разделить свои монеты на три кучки по 7, 4, 4, или по 5, 5, 5, или по 3, 6, 6, или по 1, 7, 7 монет. При первом взвешивании он положит на весы две кучки монет одинаковой величины. Если при этом весы оказались в равновесии, значит, все монеты на весах настоящие, а бракованная монета в оставшейся кучке. Тогда при втором взвешивании на одну чашку весов Буратино положит кучку с бракованной монетой, а на вторую – столько настоящих монет, сколько всего монет он положил на первую чашку, и тогда он сразу определит, легче фальшивая монета, чем настоящие, или тяжелее. Если же при первом взвешивании весы оказались не в равновесии, значит, все монеты в оставшейся кучке настоящие. Тогда Буратино уберет с весов легкую кучку, а монеты из тяжелой кучки разделит на две равные части и положит на весы (если в кучке было 5 или 7 монет, предварительно добавит к ним одну

настоящую монету). Если при втором взвешивании весы оказались в равновесии, значит, фальшивая монета легче настоящих, а если нет, то тяжелее.

10. Имеются двух чашечные весы и гири массой 1,2,4,8 и 16 г. На одну чашку весов кладут груз, на другую можно класть гири. Докажите, что весы можно уравновесить, если масса груза равна 13г., 19г, 23г., 31г.

Решение. $13 = 8 + 4 + 1$; $19 = 16 + 2 + 1$; $23 = 16 + 4 + 2 + 1$; $31 = 16 + 8 + 4 + 2 + 1$.

Занятие № 9

Тема «Логические задачи».

Ход занятия.

Разминка (устная работа).

1. У Петрова спросили: «Кто изображен на портрете, висящем на стене?»
Петров ответил: «Отец висящего есть единственный сын отца говорящего». Чей портрет висит на стене?

Ответ: Сын Петрова.

2. Сколько всего имеется пятизначных чисел, сумма цифр которых равна двум.

Ответ: 5 (10001, 10010, 10100, 11000, 20000).

3. Какое число делится на все числа без остатка?

Ответ: 0.

4. Сумма каких двух чисел равна их произведению?

Ответ: $2 \cdot 2 = 2 + 2$.

Проверка домашнего задания.

Объяснение нового материала. В логических задачах нет игры слов, нет попыток ввести вас в заблуждение. Для их решения не нужны сложные вычисления, знания формул и теорем. Найти верные ответы вам помогут смекалка и логика. Решение логических задач можно сравнить с решением научной проблемы. Вначале исследователь располагает многими данными, на первый взгляд никак не связанными между собою. В ходе анализа этих данных выдвигаются и сопоставляются с фактами новые и новые гипотезы. И вот, наконец, одна из гипотез совпадает с результатами экспериментов и наблюдений. Разрозненные данные сливаются в целостную картину. Становится ясно, что найденное объяснение фактов является единственно возможным. Задача решена. Похожим методом ищут ответы на логические задачи. Единого правила их решения нет. Задачи разнообразны, как разнообразны и описываемые в них ситуации, но есть некоторые общие приемы, помогающие проводить анализ задач. Так, например, трудно удержать в памяти все звенья логических рассуждений. Испытанный способ их записи – составление таблиц, называемых логическими квадратами. Как они строятся? Рассмотрим несложный пример:

Пример логической задачи.

В авиационном подразделении служат Потапов, Щедрин, Семенов, Коновалов и Самойлов. Их специальности (они перечислены не в том же порядке, что и фамилии): пилот, штурман, бортмеханик, радист и синоптик. Об этих людях известно следующее:

- 1. Щедрин и Коновалов не умеют управлять самолетом.
- 2. Потапов и Коновалов готовятся стать штурманами. математике для школьников
- 3. Щедрин и Самойлов живут в одном доме с радистом.
- 4. Семенов был в доме отдыха вместе со Щедриным и сыном синоптика.
- 5. Потапов и Щедрин в свободное время любят играть в шахматы с бортмехаником.
- 6. Коновалов, Семенов и синоптик увлекаются боксом.
- 7. Радист боксом не увлекается. задачи

Начнем решение задачи с построения логического квадрата. Элементы первого множества (фамилии) записываем в строках, а элементы второго

множества (профессии) расположим по колонкам. И вот что у нас получается:

	Пилот	Штурман	Бортмеханик	Радист	Синоптик
Потапов					
Щедрин					
Семенов					
Коновалов					
Самойлов					

А теперь проведем анализ условия задачи, сделаем на его основе выводы и зафиксируем их в таблице. Из условия 1 следует, что ни Щедрин, ни Коновалов пилотом быть не могут. Поставим на соответствующих клетках (на пересечении фамилии и профессии) знак «минус». Из условия 2 ясно, что ни Потапов, ни Коновалов пока еще не штурманы. Занесем в таблицу и это. Условие 3 приводит к выводу, что радист не Щедрин и не Самойлов. Запишем. Условие 4 говорит о том, что фамилия синоптика не Щедрин и не Семенов. Отметим и это. Условие 5 подсказывает, что бортмеханик не Потапов и не Щедрин. Записав это в таблицу, мы увидим, что в строке «Щедрин» знаками «минус» заполнены все клетки, кроме одной, говорящей о том, что Щедрин может быть только штурманом, и никем иным. Отметим этот вывод и поставим в соответствующей клетке знак «плюс». А поскольку, согласно условию задачи, речь идет только об одном штурмане, то и в столбце «штурман» в оставшихся незаполненных клетках проставляем знаки «минус». И вот что получается на данный момент:

	Пилот	Штурман	Бортмеханик	Радист	Синоптик
Потапов		-	-		
Щедрин	-	+	-	-	-
Семенов		-			-
Коновалов	-	-			
Самойлов		-	-	-	

Продолжим анализ. Из условия 6 видно, что синоптик – не Коновалов и не Семенов. Отмечаем это в таблице. Условие 7, сопоставленное с условием 6, показывает, что радист – не Коновалов и не Семенов. Ставим в соответствующие клетки знак «минус». Теперь в строке «Коновалов»

осталась одна клетка, в которой не стоит знак минус, следовательно, Коновалов – бортмеханик. Отмечаем этот вывод знаком «плюс», а в других незаполненных клетках в столбце «бортмеханик» проставляем знаки «минус», так как других бортмехаников по условию задачи нет.

Не стоит знак «минус» и в верхней клетке, в столбце «радист». Эта клетка расположена в строке «Потапов». Значит, Потапов – радист. Отметим это знаком «плюс» и заполним знаками «минус» другие свободные клетки в строке «Потапов» (ведь никем, кроме радиста, он быть не может). Теперь из таблицы видно, что пилот – Семенов, а синоптик – Самойлов. Решение задачи завершено. Вот заполненная до конца таблица:

	Пилот	Штурман	Бортмеханик	Радист	Синоптик
Потапов	-	-	-	+	-
Щедрин	-	+	-	-	-
Семенов	+	-	-	-	-
Коновалов	-	-	+	-	-
Самойлов	-	-	-	-	+

А

- В кругу сидят Иванов, Петров, Марков и Карпов. Их имена Андрей, Тимофей, Сергей и Алексей. Известно, что:
 Иванов не Алексей и не Андрей;
 Сергей сидит между Марковым и Тимофеем;
 Карпов не Сергей и не Алексей;
 Петров сидит между Карповым и Андреем.
 Назовите имя и фамилию каждого.

Решение.

Составим таблицу: отметим в ней утверждением «Иванов не Алексей и не Андрей»

	Андрей	Сергей	Тимофей	Алексей
--	--------	--------	---------	---------

Иванов	-			-
Петров				
Марков				
Карпов				

«Сергей сидит между Марковым и Тимофеем»:

	Андрей	Сергей	Тимофей	Алексей
Иванов	-			-
Петров				
Марков		-	-	
Карпов				

«Карпов не Сергей и не Алексей»:

	Андрей	Сергей	Тимофей	Алексей
Иванов	-			-
Петров				
Марков		-	-	
Карпов		-		-

«Петров сидит между Карповым и Андреем»:

	Андрей	Сергей	Тимофей	Алексей
Иванов	-			-
Петров	-			
Марков		-	-	
Карпов	-	-		-

Очевидно. Андрей – Марков. Отметим знаком «+», в строке и столбце ставим прочерки. Видим, что Алексей – Петров. Также отмечаем знаком «+», ставим прочерки в строке и т.д. Получим решение задачи:

	Андрей	Сергей	Тимофей	Алексей
Иванов	-	+	-	-
Петров	-	-	-	+
Марков	+	-	-	-
Карпов	-	-	+	-

Работа в парах.

1. Самостоятельно решить следующую задачу: На улице, став в кружок, беседуют четыре девочки: Ася, Катя, Галя и Нина. Девочка в зеленом платье (не Ася и не Катя) стоит между девочкой в голубом платье и Ниной. Девочка в белом платье стоит между девочкой в розовом платье и Катей. Какого цвета платье было надето на каждой из девочек?

Ответ:

	Зеленое платье	Голубое платье	Белое платье	Розовое платье
Ася	-	-	+	-
Катя	-	+	-	-
Галя	+	-	-	-
Нина	-	-	-	+

2. Повторение. В огороде из грядки торчали палки. И в огород прилетели галки. Сначала они хотели сесть по две на палку, но тогда одной палки не хватило. Потом они сели по три на палку, тогда одна палка осталась лишней. Сколько было палок и сколько было галок.

Ответ: 5 палок, 12 галок.

Занятие № 12
Тема «Принцип Дирихле».

Ход занятия.

Разминка (устная работа).

1. Петя старше Коли, который старше Миши, Маша старше Коли, а Даша младше Пети, но старше Маши. Кто третий по возрасту?

Ответ: Маша.

2. У меня в одной коробке 3 жука, а в другой имею 3 паука. В уголке шуршат бумагой 2 ежа. А в двух клетках распевают 2 чижа. Кто, ребята, сосчитать бы мне помог сколько вместе все они имеют ног?

Ответ: 54 ноги.

3. «Дай мне яблоко, и у меня будет вдвое больше, чем у тебя», - сказал один мальчик другому. «Это несправедливо. Лучше дай ты мне яблоко, тогда у нас будет поровну», - ответил его товарищ. Можете ли вы сказать, сколько у каждого мальчика было яблок?

Ответ: 7 и 5 яблок.

Объяснение нового материала.

Решение задач.

При решении математических задач «на доказательство» применяется специальный метод, получивший название: принцип Дирихле.

Петер Густав Лежен Дирихле (1805 – 1859) – великий немецкий математик, изучал арифметику (теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии), математический анализ (признак сходимости Дирихле, ряды Дирихле), механику математическую физику.

Сообщение о биографии Петера Густава Лежена Дирихле.

В самой простой и несерьезной форме принцип Дирихле выглядит так: «Нельзя посадить семерых зайцев в три клетки так, чтобы в каждой клетке находилось не больше двух зайцев». Действительно, если в каждую клетку посадить не больше двух зайцев. То всего будет не больше 6 зайцев, что противоречит условию.

Однако в каждой конкретной задаче не всегда легко понять, что играет роль «Зайцев», а что выступает в роли «Клеток». И почему надо, чтобы «зайцев» было больше, чем «клеток». Решим несколько задач. Выбирая каждый раз подходящих «зайцев» и строя соответствующие «клетки».

1. В классе 20 человек. Вася Кроликов в диктанте сделал 8 ошибок, остальные меньше. Докажите, что, по крайней мере, 3 ученика сделали ошибок поровну (может быть, 0 ошибок).

Решение: В этой задаче «зайцы» - ученики, «клетки» - количество сделанных ошибок. Посадим в клетку «0» всех, кто не сделал ни одной ошибки, в клетку «1» - кто сделал одну ошибку, и так далее до клетки «8», куда попал один Вася.

Теперь применим принцип Дирихле. Докажем утверждение от противного. Пусть никакие три ученика не сделали по одинаковому количеству ошибок. Тогда в клетки «0», «1», ... «7» попало меньше трех учеников (два человека или меньше). Всего ребят не более 14, добавив Васю, все равно не наберем 20 учеников. Противоречие.

Следовательно, наше предположение «никакие три ученика не сделали по одинаковому количеству ошибок» неверно. И, по крайней мере, трое учеников сделали ошибок поровну.

2. В классе 22 ученика. Можно ли утверждать, что среди них найдутся хотя бы два ученика, фамилии которых начинаются с одной буквы?
Решение: Пусть в задаче «зайцы» - ученики. В русском алфавите 33 буквы. Фамилии не могут начинаться с мягкого и твердого знаков, значит, остается 31 буква. Получается, что «клеток» (31) больше, чем «зайцев» (22). Принцип Дирихле нельзя применить.

Поменяем «клетки» и «зайцев». По принципу Дирихле найдутся две буквы, с которых может начинаться фамилия какого –нибудь ученика, следовательно, каждый ученик имеет свою собственную «букву». Ответ на вопрос задачи – «нет».

3. в ящике лежат 10 пар черных перчаток и 10 пар красных перчаток одного размера. Сколько перчаток надо вытащить из ящика наугад, чтобы наверняка среди них были:

- а) 2 перчатки одного цвета;
- б) одна пара перчаток одного цвета;
- в) одна пара перчаток разных цветов?

Решение: а) Цвет перчаток – «клетки». Тогда, взяв любые три перчатки, мы получим, что в одной из «клеток» находятся два «кролика» - перчатки.

б) Мы можем взять 20 перчаток на одну руку. Их нельзя будет выбрать одноцветную пару перчаток, поэтому искомое число не меньше 21. Докажем.

Пусть цвет перчаток – «клетки», перчатки – «кролики». Следовательно в 1 «клетке» будет 11 «кроликов». Значит 11 перчаток одного цвета, но имеется только 10 пар перчаток одного цвета. Следовательно все они не могут быть на одну руку. Значит из 11 перчаток найдется одна пара перчаток одного цвета.

в) доказывается аналогично.

Домашнее задание.

Однажды черт предложил бездельнику заработать. «Как только ты перейдешь через этот мост, - сказал он, - твои деньги удвоятся. Можешь переходить по нему сколько хочешь раз, но после каждого перехода отдавай мне за это 24 копейки» Бездельник согласился и ... после третьего перехода остался без гроша. Сколько денег у него было сначала?

Решение: Решаем с конца. Так как после третьего перехода у бездельника денег не осталось, то после перехода моста в третий раз у него было 24 копейки, а до перехода третьего моста – 12 копеек. Тогда после перехода второго моста у бездельника было $12 + 24 = 36$ копеек, а до перехода второго моста $36 : 2 = 18$ копеек. Значит, после перехода первого моста у бездельника стало $18 + 24 = 42$ копейки, а перед переходом первого моста – $42 : 2 = 21$ копейка. Таким образом, у бездельника сначала была 21 копейка.

Занятие № 19

Тема «Задачи с числами».

Брейн – ринг

Товарищеская встреча двух команд.

Условия игры: две команды игроков одновременно отвечают на один и тот же вопрос, причем правильно ответивший первым лишает соперника возможности ответить на этот же вопрос. После сигнала о готовности капитан команды называет игрока, который будет отвечать. Во время ответа команда не может давать подсказки отвечающему игроку.

Вопрос одного раунда оценивается в 1 очко. В случае, если ни одна из команд на ринге не дает правильного ответа, то в следующем раунде стоимость вопроса увеличивается на 1 очко.

Побеждает команда, набравшая больше очков. Команда, вступающая в пререкания в процессе игры, получает штрафное очко.

Первый раунд.

Задачи – шутки.

1. Сколько граней имеет новый шестигранный карандаш? (восемь)
2. Две колхозницы шли в город и встретили по дороге трех своих односельчанок. Сколько всего женщин шло в город? (две)

3. Что это: две головы, две руки, шесть ног, а идут и бегут только четыре?
(всадник на лошади)
4. Как разделить 5 яблок между пятью лицами так, чтобы каждый получил по яблоку, и одно яблоко осталось в корзине? (один человек берет яблоко вместе с корзиной)
5. В комнате четыре угла. В каждом углу сидит кошка, напротив каждой кошки по три кошки. На хвосте каждой кошки по одной кошке. Сколько всего кошек в комнате? (четыре)
6. Если в Лондоне в 12 часов идет дождь, то можно ли ожидать, что через 72 часа будет солнечная погода? (нельзя, так как через 72 часа, то есть через трое суток, будет опять 12 часов ночи, а солнце ночью не светит)
7. На дереве сидели 10 ворон. Охотник выстрелил и убил одну. Сколько ворон осталось на дереве? (если убитая ворона при падении не застряла в ветвях дерева, то на дереве не осталось ни одной вороны)
8. Вы вошли в темную комнату. В коробке у Вас всего одна спичка. В комнате находится свеча, керосиновая лампа и готовая к растопке печь, Что Вы зажжете в первую очередь? (спичку)
9. Шесть рыбаков съели 6 судаков за 6 минут. За сколько дней 10 рыбаков съедят 10 судаков? (за 6 минут.)
10. слова в фразе стоят на своих местах, но буквы внутри каждого слова переставлены местами. Например, «ПШЬОПЕШИС – ЙЮДЛЕ ШЕАМЬШИН» - «ПОСПЕШИШЬ - ЛЮДЕЙ НАСМЕШИШЬ». Поставьте буквы на свои места и прочтите фразу: «КОМСАВ ЕН СУЗАР ЛИСТАСОРЬ». («МОСВА НЕ СРАЗУ СТРОИЛАСЬ»)

Второй раунд.

Задачи с числами.

1. Мальчик лег спать в 7 ч вечера, поставив будильник так, чтобы он прозвенел в 9 ч. Утра. Сколько времени проспит мальчик? (2 часа)
2. Кирпич весит 1,5 кг и еще полкирпича. Какова масса кирпича? (3 кг)
3. В классе 36 учащихся. Мальчиков из них на 8 меньше, чем девочек. Сколько в классе мальчиков и сколько девочек? ($36 - 8 = 28$, теперь девочек стало столько же, сколько и мальчиков. $28 : 2 = 14$ мальчиков в классе, соответственно, 22 девочки)
4. На сколько сумма всех четных чисел первой сотни больше суммы всех нечетных чисел первой сотни? (на 50)
5. Какой знак надо поставить между 2 и 3, чтобы получилось число больше 2 и меньше 3? (запятую)

6. Как разделить пять яблок на шесть равных частей, не разрезая ни одного яблока на 6 частей? (три яблока разрезать пополам, а два – на три равные части)
7. В квадратной комнате надо расставить вдоль стен 10 стульев так, чтобы у каждой стены стояло поровну стульев. Как это сделать?
8. Портной имеет кусок сукна в 16 метров, от которого он отрезает ежедневно по 2 метра. По истечении скольких дней он отрезает последний кусок? (на восьмой день)
9. Половина от половины числа равна половине. Какое это число? (половина от половины числа равна четвертой части числа, или половине, т.е. 0,5. Значит, число равно 2)
10. За книгу заплатили 60 рублей и еще треть стоимости книги. Сколько стоит книга? (90 руб.)
11. В двух ящиках для уроков труда хранились ножницы, по 20 штук в каждом. Перед уроком труда учительница взяла несколько ножниц из одного ящика, а затем из второго ящика взяла столько, сколько осталось в первом ящике. Сколько всего ножниц взяла учительница? (20)

Третий раунд

Затруднительные ситуации.

1. Два разбойника делят добычу. Каждый уверен, что смог бы поделить добычу на две равные части, но второй ему не доверяет. Как разбойникам разделить добычу, чтобы оба остались довольны? (пусть один из разбойников разделит добычу на две, по его мнению, равные части, а второй выберет ту, которая, по его мнению, больше)
2. Рыцарю очень нужно попасть в замок одного очень злого короля. Но сделать это не так – то просто. Стражники, охраняющие ворота, спрашивают всякого путника о цели визита. Если он при этом скажет правду, то стража, по приказу короля, отрубят ему голову, а если солжет – сбросит в глубокий ров, наполненный водой. Как рыцарю попасть в замок, не утонув и сохранив голову на плечах? (Рыцарь может сказать: «Я пришел, чтобы вы сбросили меня в ров». Если они захотят его сбросить в ров, то получается, что рыцарь сказал правду положено рубить голову)
3. Математик, оказавшись в небольшом городке, решил подстричься. В городке было лишь две парикмахерских. Заглянув к одному мастеру, он увидел, что в салоне грязно, сам мастер одет неряшливо, плохо выбрит и небрежно подстрижен. В салоне второго мастера все было чисто, а сам владелец был безукоризненно одет, чисто выбрит и аккуратно

подстрижен. Тем не менее математик отправился стричься к первому парикмахеру. Почему? (Так как в городе только два парикмахера, то они и стригут друг друга. Аккуратная стрижка второго мастера – дело рук первого)

4. Малоопытный водитель автофургона пытался проехать во двор через туннель, но неточно рассчитал его высоту. В результате машина оказалась заклиненной, да так, что не могла сдвинуться с места. Шофер то заводил машину, то выключал двигатель, пытался двигаться вперед, назад – все было безрезультатно. Люди останавливались около машины, давали разные советы. Так продолжалось до тех пор, пока рядом не остановилась легковая машина, из которой вышел водитель и что – то тихо сказал малоопытному шоферу. Виновник беспорядка горячо поблагодарил за совет и быстро выполнил несложную работу. Затем без каких – либо препятствий проехал во двор. Какое действие выполнил шофер? (Он слегка выпустил воздух из колес)
5. Старик должен перевести в лодке через реку волка, козу и капусту. Как это сделать, если волка нельзя оставлять наедине с козлом, козел «неравнодушен» к капусте, а в лодке только два места? (Сначала старик перевозит на другой берег козла, оставив на этом берегу волка с капустой. Затем старик возвращается за волком и перевозит его на другой берег. Оставляет его на другой берег. Оставляет его там, забрав с собой козла. Выгрузив козла на этом берегу, старик берет капусту и переправляет ее на другой берег, к волку. Затем забирает с этого берега козла и вместе с ним переправляется на другой берег, к волку. Затем забирает с этого берега козла и вместе с ним переправляется на другой берег)
6. Один занятой человек, накопив сразу несколько дел, отправляется в город. Он купил себе новый галстук в магазине «Одежда»; в лавке «Корма для животных» приобрел немного проса для своего любимого попугая; успел сходить в парикмахерскую и получил свое жалование в городском банке. Этот банк открыт только по вторникам, пятницам и субботам. Парикмахерская, наоборот. По субботам не работает, а лавка «Корма для животных» в четверг и пятницу закрыта. В какой день недели занятой человек успел сделать столько дел? (во вторник)

На острове живут два племени – ясноглазых и быстроногих. Известно,

7. что ясноглазые говорят всегда правду, быстроногие всегда лгут. Путешественник нанял туземца - островитянина в проводники. По дороге они встретили какого – то человека. Путешественник попросил проводника узнать, к какому племени принадлежит этот человек. Проводник вернулся и сообщил, что человек назвался ясноглазым. Кем был проводник? (На вопрос: «К какому племени Вы принадлежите? Ясноглазые и быстроногие ответят одинаково: «К племени ясноглазых». Проводник тоже принадлежит к племени ясноглазых, так как верно передал ответ туземца)

8. Английский офицер, вернувшийся из Китая, заснул в церкви во время службы. Ему приснилось, что к нему приближается палач, чтобы отрубить ему голову, и тот самый момент, когда сабля опускалась на шею несчастного, его жена, желая разбудить заснувшего, слегка дотронулась до его шеи веером. Потрясение было столь велико, что офицер тут же умер. В этой истории, рассказанной вдовой офицера, что – то неладно. Что именно? (Если офицер умер во сне, то как его жена узнала, что ему снилось?)
9. Турист решил отправиться из одного города в другой, воспользовавшись попутным транспортом. Первую половину пути он проехал на машине в 10 раз быстрее, чем если бы он двигался пешком. Однако вторую половину пути он ехал на волах – в 2 раза медленнее, чем если бы он шел пешком. Сколько времени выгадал турист от того, что проехал весь путь, а не прошел его пешком? (На вторую половину пути турист затратил столько же времени, если бы он весь путь шел пешком. Значит, турист не выгадал время, а прогадал)
10. У двух мальчиков был один велосипед, на котором они отправились в соседнее село. Ехали они по очереди, но всякий раз, когда один ехал, другой шел пешком, а не бежал. При этом они ухитрились прибыть в село почти в 2 раза быстрее, чем если бы оба шли пешком. Как им это удалось? (Первый мальчик проехал на велосипеде полдороги, слез с него и дальше шел пешком. А второй мальчик первую половину пути прошел пешком. Затем дошел до велосипеда, сел на него и поехал)
11. Трое туристов должны перебраться с одного берега реки на другой. В их распоряжении старая лодка, которая может выдержать нагрузку всего в 100кг. Вес первого туриста – 45 кг, второго – 50 кг, третьего – 80 кг. Как должны они действовать. Чтобы перебраться на другой берег? (Сначала на другой берег переправляется первый и второй туристы, затем один из них (допустим, первый) возвращается обратно. Теперь переправляется третий турист. Второй турист возвращается и забирает товарища)

Занятие № 22

Тема «Математические ребусы».

Ход занятия.

Разминка (устная работа).

1. На руках 10 пальцев. Сколько пальцев на 10 – ти руках?

Ответ: 50.

2. Двое играли в шашки четыре часа. Сколько часов играл каждый из них?

Ответ: 4ч.

3. У родителей пять сыновей. Каждый имеет одну сестру. Сколько всего детей в семье?

Ответ: 6 детей.

4. Во сколько раз лестница на 6 –й этаж дома длиннее лестницы на 2 –й этаж этого дома?

Ответ: в 5 раз.

5. Можно ли в тетрадном листе прорезать дырку так, чтобы сквозь нее мог пролезть любой из нас?

Ответ: Да. Листок сгибается пополам и проводятся разрезы.

Объяснение нового материала.

Математическими ребусами называют задания на восстановление записей вычислений. Условие математического ребуса содержит либо целиком зашифрованную запись (цифры заменены буквами), либо только часть записи (стертые цифры заменены точками или звездочками).

Записи восстанавливаются на основании логических рассуждений. При этом нельзя ограничиваться отысканием только одного решения. Испытание нужно доводить до конца, чтобы убедиться, что нет других решений, или найти все решения. Есть математические ребусы, имеющие несколько решений.

Примеры: 1. * * Сумма двузначного и однозначного чисел является

+

___ * _

сумме

трехзначным числом, поэтому первая цифра в

* * 8

Будет 1. А число $1 \cdot 8$ может получиться только в сумме наибольшего двузначного числа и наибольшего однозначного.

1. * *
 + Так как слагаемые двузначные числа и самое большое
 * *

 * 9 8 двузначное число будет 99, то решением будет $99 + 99 =$
 198.

3. Решите ребус: КОШКА
 + КОШКА
 КОШКА
 СОБАКА

Решение:

Так как $КА + КА + КА$ оканчивается на $КА$, то $КА = 50$, а значит, $К = 5$, $А = 0$. Так как $Ш + Ш + Ш + 1$ оканчивается на 0 , то $Ш = 3$. Так как сумма трех чисел, начинающихся на 5 может начинаться лишь с 1 , то $С = 1$.

Рассматривая варианты для $О$, получаем, что $О = 6$ или $О = 7$, а значит, $Б = 9$ или $Б = 2$. Итак, получаем два варианта решения:

56350	57350
+ 56350	+ 57350
<u>56350</u>	<u>57350</u>
169050	172050

Самостоятельная работа.

Работа в группах.

Решите математические ребусы:

1. ЧАЙ : АЙ = 5

Решение.

Для решения этого ребуса лучше перейти от деления к умножению: $5 \cdot \text{АЙ} = \text{ЧАЙ}$, значит, $\text{Ч} \cdot 100 + \text{АЙ} = \text{АЙ} \cdot 5$ и тогда $\text{Ч} \cdot 25 = \text{АЙ}$. Так как АЙ – двузначное, то $\text{Ч} = 1, 2, 3$. Для каждого Ч находим решение: 125, 250, 375. Итак получаем три решения: $125 : 25 = 5$; $250 : 50 = 5$; $375 : 75 = 5$.

2.	39*	397
	3*	34
	-----	----
	**8*	1588
	1191	1191
	-----	-----
	1**98	13498

3.	a52b	9521
	-	-
	b25a	1259
	-----	-----
	8xmx	8262

Домашнее задание.

1.

Восстановите цифры, замененные звездочками.

1	415
3*2	382
-----	----
3	830
3*2*	3320
12*5	1245
-----	-----

1*8*30

158530

2. Составьте свой числовой ребус.

Занятие № 25

Тема «Магические квадраты».

Ход занятия.

Разминка (устная работа).

1. Взяли четырехзначное число, прибавили к нему 1 и получили пятизначное число. Какое это число?
Ответ: 9999
2. Взяли семизначное число, отняли от него 1 и получили шестизначное. Какое число взяли?
Ответ: 1 000 000.
3. Книга стоит 1 рубль и ее половину стоимости книги. Сколько стоит книга?
Ответ: 2 рубля.
4. Гусь стоит 4 рубля и еще треть того, что он стоит на самом деле. Сколько он стоит?
Ответ: 6 рублей.
5. Может ли быть в одном месяце пять воскресений?
Ответ: Да, например: 1,8,15,22,29.
6. В некотором месяце три воскресенья пришлось на четные числа. Какой день недели был 20 – го числа этого месяца?
Ответ: 20 число – четверг.

Проверка домашнего задания.

Работа в группах.

Обучающиеся разбиваются на группы. Каждой группе дается карточка с заданиями. В конце занятия разбираются решения заданий.

Задания для групп.

2. В клетках квадрата переставьте числа так, чтобы по любой вертикали, горизонтали и диагонали их суммы были равны между собой.

3	5	7
9	11	13
15	17	19

Ответ:

17	7	9
3	11	19
13	15	5

2. Даны числа: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45. Впишите их в клетки девятиклеточного квадрата так, чтобы получилось в сумме одно и то же число по любой вертикали, горизонтали и диагонали.

Ответ:

20	45	10
15	25	35
40	5	30

10		
----	--	--

3. Разместите в свободных
4, 5, 6, 8, 9 так, чтобы по
и диагонали получилось в

	7	
	11	

клетках квадрата еще числа 3,
любой вертикали, горизонтали
сумме одно и тоже число.

Ответ:

10	3	8
5	7	9
6	11	4

2. После покупки 3 кг груш осталось 50 рублей, а на 5 кг груш не хватило бы 50 рублей. Сколько стоит 1 кг груш? Сколько денег было у покупателя?

Ответ: 1 кг груш стоит 50 рублей, у покупателя было 200 рублей.

Домашнее задание.

В клетках расставь числа 4, 6, 7, 9, 10, 11, 12 так, чтобы по любому направлению получить в сумме 24.

	8	
		5

Ответ:

11	4	9
6	8	10
7	12	5

Занятие № 27

Тема «Задача Пуассона».

Ход занятия.

Разминка (устная работа).

1. Какой знак надо поставить между написанным рядом цифрами 2 и 3, чтобы получилось число, более двух, но меньше трех?

Ответ: 2,3.

2. Умножили два числа – получили 105. Какие числа умножали?

Ответ: 3 и 35, 5 и 21, 7 и 15.

3. Как можно одним мешком пшеницы смоловши ее, наполнили 2 мешка, которые столь же велики, как и мешки, в котором находится пшеница?

Ответ: вложить мешки друг в друга.

4. в полдень из Москвы отправляется поезд в Санкт – Петербург со скоростью 80 км/ч. В то же время из Санкт – Петербурга в Москву выходит поезд со скоростью 40 км/ч. Оба поезда идут без остановок. Какой поезд при встрече находится на большем расстоянии от Москвы?

Ответ: На одинаковом расстоянии.

Проверка домашнего задания.

Объяснение нового материала.

Задача Пуассона. Некто имеет 12 пинт вина (пинта – старинная мера жидкости, равная примерно 0,568 л) и хочет подарить из него половину,

но у него нет сосуда в 6 пинт; у него два сосуда: один восемь пинт, а другой в пять пинт. Спрашивается, каким образом налить шесть пинт в сосуд восьми пинт?

Эту задачу не даром называют с именем знаменитого математика, механика и физика Симеона Денни Пуассона (1781 – 1840). Когда Пуассон был еще молод и колебался в выборе жизненного пути, приятель показал ему тексты нескольких задач, с которыми никак не мог справиться сам. Пуассон менее чем за час решил их все до одной. Но особенно ему понравилась задача про два сосуда.

«Эта задача определила мою судьбу, - говорил он впоследствии. – Я решил, что непременно буду математиком».

Сообщение о биографии Симеона Денни Пуассона.

Прежде чем решать задачу Пуассона, стоит решить несколько более простых задач.

1. Винодел обычно продает свое вино по 3 и по 5 литров, поэтому пользуется мерными кувшинами только таких размеров. Как то раз один покупатель захотел купить всего один литр вина. Винодел согласился продать ему вино и отмерил 1 л, пользуясь двумя своими кувшинами. Как он это сделал?

Решение:

	1 шаг	2 шаг	3 шаг	4 шаг
3 л	3	0	3	1
5 л	0	3	3	5

2. Как, имея лишь два сосуда емкостью 5 л и 7 л, налить из водопроводного крана 6 л воды?

Решение:

	1 шаг	2 шаг	3 шаг	4 шаг	5 шаг	6 шаг	7 шаг	8 шаг	9 шаг	10 шаг
7 л	7	2	2	0	7	4	4	0	7	6
5 л	0	5	0	2	2	5	0	4	4	5

3. В бочке 10 л бензина. Как отлить из нее 6 л с помощью девятилитрового ведра и пятилитрового бидона?

Решение:

	1 шаг	2 шаг	3 шаг	4 шаг	5 шаг	6 шаг	7 шаг
10 л	10	1	1	6	6	0	4
9 л	0	9	4	4	0	6	6
5 л	0	0	5	0	4	4	0

Повторение.

Путь от дома до школы Буратино проделал пешком, обратно он двигался той же дорогой, но первую половину пути он проехал на собаке, а вторую половину пути – на черепахе. Известно, что скорость собаки в четыре раза больше, а скорость черепахи – два раза меньше, чем скорость, с которой Буратино шел пешком в школу. На какой путь – из дома до школы или из школы до дома – затратил Буратино больше времени?

Ответ: Когда Буратино ехал на черепахе, он потратил столько же времени, сколько на путь от дома до школы. Буратино затратил больше времени на путь из школы до дома.

Домашнее задание.

Решите задачу Пуассона, совершив возможно меньшее число переливаний.

Решение:

	1 шаг	2 шаг	3 шаг	4 шаг	5 шаг	6 шаг
8 пинт	8	3	3	0	8	6
5 пинт	0	5	0	3	3	5

Занятие № 30

Тема «Круги Эйлера».

Ход занятия.

Разминка (устная работа).

1. В записи $1 * 2 * 3 * 4 * 5$ звездочки замените знаками действий так, чтобы получилось выражение, значение которого равно 100.
Ответ: $1 \cdot (2 + 3) \cdot 4 \cdot 5$
2. Горело 5 свечей. Две потушили. Сколько свечей останется?
Ответ: 2.
3. Летела стая уток. Сего 5. Одну убили. Сколько осталось?
Ответ: 1.
4. Во сколько раз увеличится двузначное число, если к нему приписать такое же число?
Ответ: 101.

Проверка домашнего задания.

Объяснение нового материала.

2. Из 100 туристов, отправляющихся в заграничное путешествие, немецким языком владеют 30 человек, английским – 28, французским – 42. Английским и немецким одновременно владеют 8 человек, английским и французским – 10, немецким и французским – 5, всеми тремя языками – 3. Сколько туристов не владеют ни одним языком?

Решение.

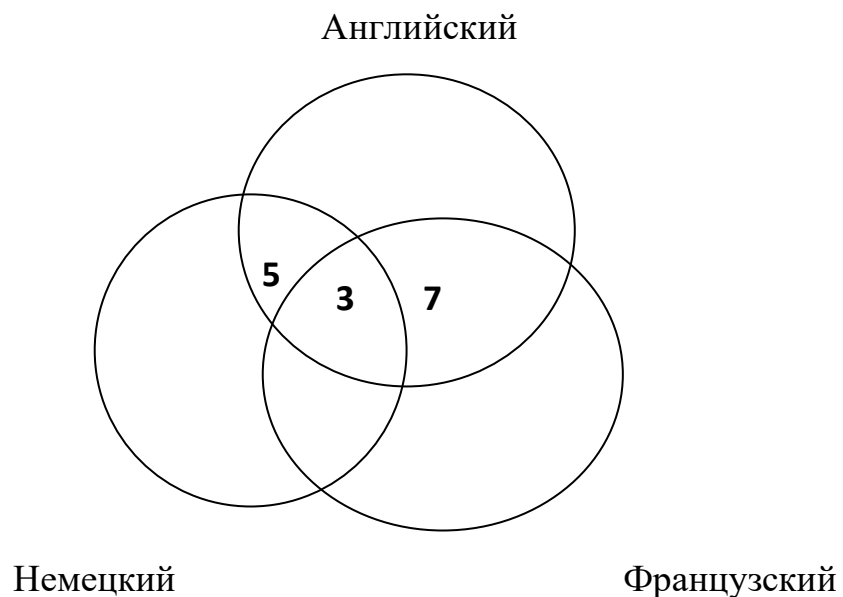
Выразим условие этой задачи графически. Обозначим кругом тех, кто знает английский, другим кругом – тех, кто знает французский, и третьим кругом – тех, кто знает немецкий.



Немецкий

Французский

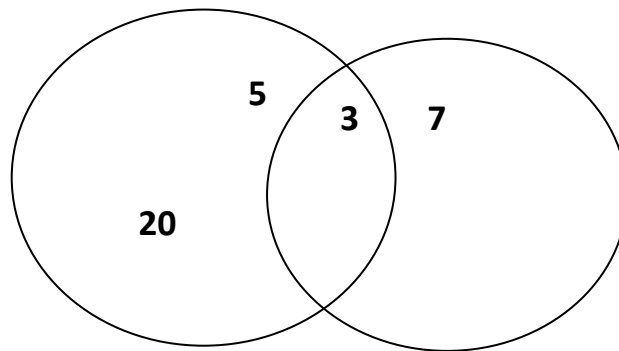
Всеми языками владеют три туриста, значит, в общей части вписываем число 3. Английским и французским языками владеют 10 человек, а 3 из них владеют еще и немецким. Следовательно, только английским и немецким владеют $10 - 3 = 7$ человек. Аналогично получаем, что только английским и немецким владеют $8 - 3 = 5$ человек, а немецким и французским $5 - 3 = 2$ туриста. Вносим эти данные в соответствующие части.



Определим теперь, сколько человек владеют только одним из перечисленных языков. Немецкий знают 30 человек, но $5 + 3 + 2 = 10$ из них владеют и другими языками, следовательно, только немецкий знают 20 человек. Аналогично получаем, что одним английским владеют 13 человек, а одним французским – 30 человек.

Английский

13



Немецкий

Французский

По условию задачи всего 100 туристов. $20 + 13 + 30 + 5 + 7 + 2 + 3 = 80$ туристов знают хотя бы один язык, следовательно, 20 человек владеют ни одним из данных языков.

Ответ: 20.

Историческая справка.

Рисунки, подобные тем, что мы нарисовали при решении этой задачи, называются «кругами Эйлера». Один из величайших математиков Петербургской академии *Леонард Эйлер* (1707 – 1783) написал более 850 научных работ. В одной из них и появились эти круги. Эйлер написал тогда, что «они очень подходят для того, чтобы облегчить наши размышления».

Сообщение о биографии Леонарда Эйлера.

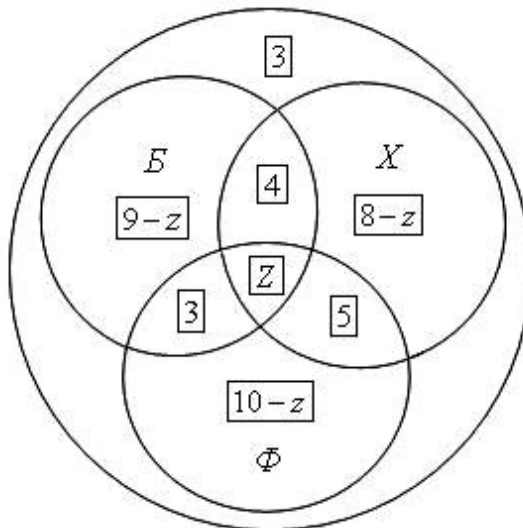
2. В классе 38 человек. Из них 16 играют в баскетбол, 17 - в хоккей, 18 - в футбол. Увлекаются двумя видами спорта - баскетболом и хоккеем - четверо, баскетболом и футболом - трое, футболом и хоккеем - пятеро. Трое не увлекаются ни баскетболом, ни хоккеем, ни футболом.

Сколько ребят увлекаются одновременно тремя видами спорта?

Сколько ребят увлекается лишь одним из этих видов спорта?

Решение.

Воспользуемся кругами Эйлера.



Пусть большой круг изображает всех учащихся класса, а три меньших круга B , X и Φ изображают соответственно баскетболистов, хоккеистов и футболистов.

Тогда фигура Z , общая часть кругов B , X и Φ , изображает ребят, увлекающихся тремя видами спорта.

Из рассмотрения кругов Эйлера видно, что одним лишь видом спорта - баскетболом занимаются $16 - (4 + z + 3) = 9 - z$;

одним лишь хоккеем $17 - (4 + z + 5) = 8 - z$;

одним лишь футболом $18 - (3 + z + 5) = 10 - z$.

Составляем уравнение, пользуясь тем, что класс разбился на отдельные группы ребят; количества ребят в каждой группе обведены на рисунке рамочкам:

$$3 + (9 - z) + (8 - z) + (10 - z) + 4 + 3 + 5 + z = 38,$$

$$z = 2.$$

Таким образом, двое ребят увлекаются всеми тремя видами спорта.

Складывая числа $9 - z$, $8 - z$ и $10 - z$, где $z = 2$, найдем количество ребят, увлекающихся лишь одним видом спорта: 21 человек.

Ответ.

Двое ребят увлекаются всеми тремя видами спорта человека.

Увлекающихся лишь одним видом спорта: 21 человек.

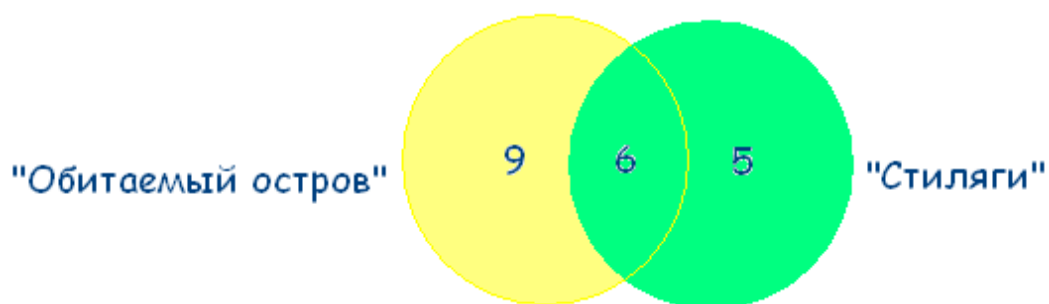
Самостоятельная работа.

1. "Обитаемый остров" и "Стиляги"

Некоторые ребята из нашего класса любят ходить в кино. Известно, что 15 ребят смотрели фильм «Обитаемый остров», 11 человек – фильм «Стиляги», из них 6 смотрели и «Обитаемый остров», и «Стиляги». Сколько человек смотрели только фильм «Стиляги»?

Решение.

Чертим два множества таким образом:



6 человек, которые смотрели фильмы «Обитаемый остров» и «Стиляги», помещаем в пересечение множеств.

$15 - 6 = 9$ – человек, которые смотрели только «Обитаемый остров».

$11 - 6 = 5$ – человек, которые смотрели только «Стиляги».

Ответ: 5 человек смотрели только «Стиляги».

2. Любимые мультфильмы

Среди школьников шестого класса проводилось анкетирование по любимым мультфильмам. Самыми популярными оказались три мультфильма: «Белоснежка и семь гномов», «Губка Боб Квадратные Штаны», «Волк и теленок». Всего в классе 38 человек. «Белоснежку и семь гномов» выбрали 21 ученик, среди которых трое назвали еще «Волк и теленок», шестеро – «Губка Боб Квадратные Штаны», а один написал все три мультфильма. Мультфильм «Волк и теленок» назвали 13 ребят, среди которых пятеро выбрали сразу два мультфильма. Сколько человек выбрали мультфильм «Губка Боб Квадратные Штаны»?

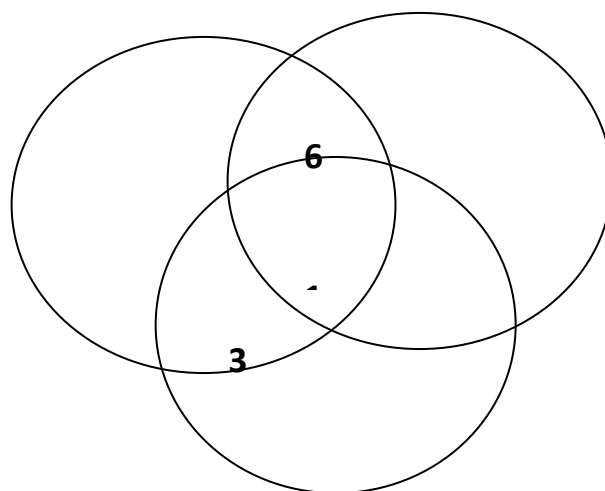
Решение

В этой задаче 3 множества, из условий задачи видно, что все они пересекаются между собой.

Учитывая условие, что среди ребят, которые назвали мультфильм «Волк и теленок» пятеро выбрали сразу два мультфильма, получаем:

«Белоснежка
и семь гномов»

«Губка Боб
Квадратные штаны»



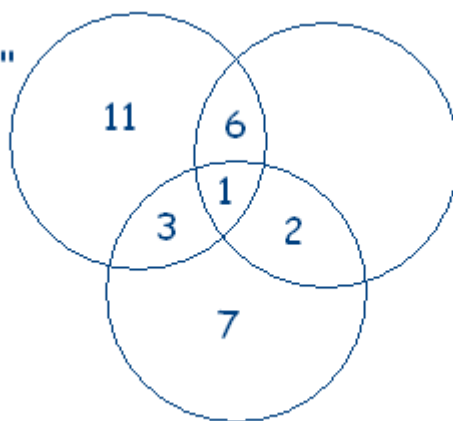
«Волк и теленок»

$21 - 3 - 6 - 1 = 11$ – ребят выбрали только «Белоснежку и семь гномов».

$13 - 3 - 1 - 2 = 7$ – ребят смотрят только «Волк и теленок».

Получаем:

"Белоснежка
и семь гномов"



"Губка Боб
Квадратные штаны"

"Волк и телёнок"

$38 - (11 + 3 + 1 + 6 + 2 + 7) = 8$ – человек смотрят только «Губка Боб Квадратные Штаны».

Делаем вывод, что «Губка Боб Квадратные Штаны» выбрали $8 + 2 + 1 + 6 = 17$ человек.

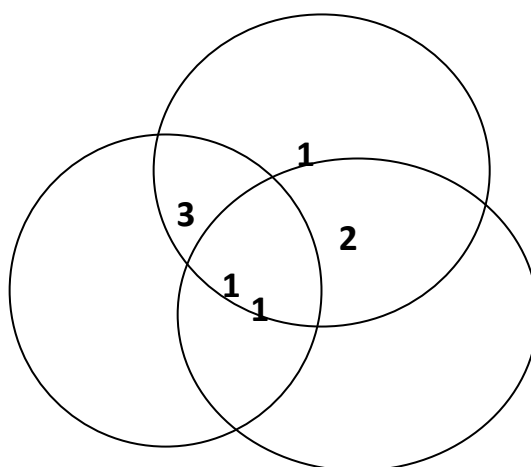
Ответ: 17 человек выбрали мультфильм «Губка Боб Квадратные штаны»

Домашнее задание.

В одной семье было много детей. 7 из них любили капусту, 6 – морковь, 5 – горох, 4 – капусту и морковь, 3 – капусту и горох, 2 – морковь и горох, 1 – и капусту, и морковь, и горох. Сколько детей было в семье?

Ответ.

Капуста



Морковь

Горох

Всего в семье $1 + 3 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 = 10$ детей. Строго говоря, правильным ответом является «не менее 10 детей» (некоторые могли не любить ничего).

Занятие № 34
Итоговое занятие
"Слово о математике"
(викторина).

В викторине принимают участие две команды.

Учитель: Сегодня у нас с вами математическая викторина. Эта викторина посвящается замечательной науке – математике, о которой еще Ломоносов сказал: *“Математику уже затем учить надо, что она ум в порядок приводит”*.

1 конкурс

ШУТОЧНЫЕ ЗАДАЧИ (правильный ответ оценивается в 1 балл)

1. По дороге вдоль кустов
Шло 11 хвостов,
Сосчитать я также смог,
Что шагало 30 ног.
Это вместе шли куда – то
Петухи и поросята.
А вопрос мой к вам таков:
Сколько было петухов? (*Семь*).

2. Прилетели галки, сели на палки.
Если на каждой палке
Сидит по одной галке,
Тогда для одной галки
Не хватает палки.
Если на каждой палке

Сидит по две галке,
То одна из палок
Будет без галок.
Сколько было галок?
Сколько было палок? (*4 галки, 3 палки*).

3. Как-то рано, по утрам
Птицы плавали в пруду.
Белоснежных лебедей
Было втрое больше, чем гусей,
Уток было восемь пар,
Вдвое больше, чем гагар.
Сколько было птиц всего,
Если нам еще дано,
Что всех уток и гусей
Столько, сколько лебедей?

(Всего 56 птиц: гагар 8, уток 16, гусей 8, лебедей 24).

4. Шел Кондрат в Ленинград.
Навстречу ему 12 ребят:
У каждого – по лукошку,
В лукошке – по кошке,
У кошки – по котенку,
У котенка – по мышонку.
Задумался старый Кондрат:
“Сколько котят и мышат
ребята несут в Ленинград?”

(Глупый, глупый Кондрат! Он один шел в Ленинград, а ребята с лукошками, котятками и кошками шли навстречу ему, – в Кострому!)

5. В автобусе ехало 50 человек. На остановке 7 человек вошли, а 3 вышли; на следующей вошел 1, а вышли 4; на следующей 5 вошли, 4 – вышли; на следующей вышли 15, вошли – 2. Сколько остановок сделал автобус? (*Пять*).

6. Две дочери, две матери, и бабушка с внучкой. Сколько всех? (*Трое*).

7. Брату 13 лет, а сестре 6. Сколько лет будет сестре, когда брату исполнится 18? (*Одиннадцать*).

8. Четверо играли в домино 4 часа. Сколько времени играл каждый из участников? (*4 часа*).

9. У причала стоит корабль, с которого свисает веревочная лестница. От воды до нижней ступеньки 15 см, и между ступеньками по 15 см. Начался прилив. Через сколько минут вода достигнет 3 ступеньку, если за минуту она поднимается на 10 см? (*Никогда, т.к. лестница поднимается вместе с кораблем*).

10. Экипаж, запряженный тройкой лошадей, преодолел за 1 час 15 км. С какой скоростью бежала каждая лошадь? (*15 км/ч*).

2 конкурс

ЛОГОГРИФЫ (правильный ответ оценивается в 1 балл)

ЛОГОГРИФЫ – вид стихотворной шарады с иносказательным описанием какого – либо слова, которое и составляет содержание логогрифа, подлежащее отгадыванию.

В первой части логогрифа надо догадаться, о каком слове говорится. Затем в отгаданное слово вставить добавочно одну или две буквы и получить новое слово.

1. Арифметический я знак,
В задачнике найдешь меня
Во многих строчках,
Лишь “О” ты вставишь,
Зная как, и я – географическая точка. (*Плюс-полюс*).

2. Я – цифра меньше 10,
Меня тебе легко найти.
Но если букве “Я”
Прикажешь рядом встать:
Я – все: отец, и ты, и дедушка, и мать! (*Семь – семья*).

3. Я – пространственное тело,
И не сложен я с натуры,
Если ж вставить “Л” умело,
Стану домом я культуры. (*Куб – клуб*).

4. Я – высокая скала,
Если в слове буква “А”,
Если “А” на “Б” меняем,
То верблюда вспоминаем. (*Гора – горб*).

5. Он – грызун не очень мелкий,
Ибо чуть побольше белки,
А заменишь “У” на “О” –
Будет круглое число. (*Сурок – сорок*).

6. Мой первый слог найдешь тогда,
Когда в котле кипит вода,
Местоименье – слог второй,
А в целом – столик школьный твой. (*Пар+та = парта*).

3 конкурс

ВОЛШЕБНОЕ СЛОВО (правильное слово оценивается в 0,5 балла)

Составить как можно больше слов из букв слова “ТРЕУГОЛЬНИК” (е = ё).

(*Рог, руль, толь, рот, кит, горн, уголь, урон, китель, кулон, грек, луг, угол, лот, тор, кон, нуль, уклон, укол, лектор, кретин, тенор, тур, гол, тол, корень, рок, укор, лето, утро, игрек, орел, турне, тир, роль, трель, тон, кот, лень, тело, итог, ролик, кино, раут, гик, ель, тик, олень, кол, енот, трек, ток, куль, крот, лук, гель, лён, урок, корь, лорнет, турок, и т.д.*)

4 конкурс

КОНКУРС КАПИТАНОВ (правильный ответ оценивается в 2 балла)

Кто быстрее найдет все числа от 1 до 25 на карточках

В квадрате 5*5 расположены числа от 1 до 25. Побеждает тот капитан, который быстрее покажет все числа.

Первой команде:

15	23	11	20	5
1	7	3	12	18
9	13	25	22	14
21	17	6	2	24
4	10	19	16	8

Второй команде:

9	5	11	23	20
14	25	15	1	6
3	21	7	19	13
18	17	24	16	4
8	12	2	10	22

5 конкурс

АРИФМЕТИЧЕСКИЙ ЛАБИРИНТ (правильный ответ оценивается в 3 балла)

Точка отправления – правый нижний угол. Нужно выйти в левом нижнем углу, избрав такую дорогу, чтобы сумма цифр, проставленных в клеточках на вашем пути, составила 45. Двигаться можно только по горизонтали и вертикали.

3	2	7	9	5
1	4	3	1	9
1	7	2	6	8
9	5	3	2	1
1	5	7	4	3

Правильный ход:

$$3+1+8+6+2+3+4+7+1+9+1=45$$

6 конкурс

УСТНЫЙ СЧЕТ (правильный ответ оценивается в 1 балл)

Участникам команды выдаются карточки с цифрами от 1 до 9. Для решения предлагаются арифметические примеры. Участники, имеющие карточки с цифрами, которые входят в ответ, должны сесть в нужном порядке на 2 стула, стоящие возле каждой команды. Команда, которая *молча* дает

правильный ответ, получает жетон. Побеждает та команда, у которой больше жетонов.

1. Какое число меньше 36 в 3 раза? (12).
2. Увеличьте 24 на 10. (34).
3. Сколько будет 7 умножить на 8? (56).
4. 18 увеличьте в 5 раз. (90).
5. От 100 отнимите 22. (78).
6. Сколько будет 6 умножить на 5? (30).
7. Сколько будет если 48 разделить на 2? (24).
8. 90 уменьшите на 4. (86).
9. Какое число меньше 100 на 9? (91).
10. У человека на руках 10 пальцев, сколько пальцев на 10 руках? (50).


7 конкурс

УГАДАЙ-КА (числовые ребусы оцениваются в 2 балла, словесные – 3 балла)

Словесные ребусы:

1. Т  И=А (Точка)

2. Ми  О=У (Минус)

3.  К=М (Сумма)

Числовые ребусы:

$$\begin{array}{r} 1. \quad _ * 0 * 3 * \\ \quad \quad 3 * 0 * 4 \\ \hline 18990 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2. \quad _ 7 * 5 3 * \\ \quad \quad * 9 * * 2 \\ \hline 14909 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3. \quad _ * * * * \\ \quad \quad * * * \\ \hline 1 \end{array}$$

Подведение итогов.

ВОЛШЕБНАЯ ТАБЛИЦА

Задание:

Загадайте любое число из таблицы и скажите, в каких столбиках оно находится. Я быстро угадаю его.

I	II	III	IV	V	VI
8	1	16	4	32	2
9	3	17	5	33	3
10	5	18	6	34	6
11	7	19	7	35	7
12	9	20	12	36	10
13	11	21	13	37	11
14	13	22	14	38	14
15	15	23	15	39	15
24	17	24	20	40	18
25	19	25	21	41	19
26	21	26	22	42	22
27	23	27	23	43	23
28	25	28	28	44	26
29	27	29	29	45	27
30	29	30	30	46	30

31	31	31	31	47	31
40	33	48	36	48	34
41	35	49	37	49	35
42	37	50	38	50	38
43	37	51	39	51	39
44	41	52	44	52	42
45	43	53	45	53	43
46	45	54	46	54	46
47	47	55	47	55	47
56	49	56	52	56	50
57	51	57	53	57	51
58	53	58	54	58	54
59	55	59	55	59	55
60	57	60	60	60	58
61	59	61	61	61	59
62	61	62	62	62	62
63	63	63	63	63	63

Чтобы угадать, какое число загадано, нужно сложить верхние числа в столбцах, в которых находится это число. Например, задуманное число-35. Оно находится в II, V, VI столбцах. Складываем первые числа в этих столбцах: $1+3+2=35$.

Подведение итогов.